

Modelli attuariali per la previdenza complementare

Fabio Grasso

*Dipartimento di Scienze Statistiche
Università degli Studi di Roma “La Sapienza”*
fabio.grasso@uniroma1.it

Riassunto

Il presente lavoro esamina i profili attuariali della previdenza complementare nella quale, come conferma la recente esperienza della riforma della previdenza complementare attuata in Italia dal decreto legislativo 5 dicembre 2005, n. 252, si collocano forme di previdenza tra loro molto diversificate. Sono presentati e confrontati, anche con esempi, i principi di equilibrio (di tipo collettivo o individuale, attuariale o finanziario) tra le entrate (per contributi) e le uscite (per prestazioni) che possono essere adottati per la gestione di uno schema di previdenza complementare e, inoltre, sono proposte alcune misure per valutare la solidarietà tra assicurati generata dall'applicazione del principio di equilibrio collettivo.

Key Words: *Pension scheme, Actuarial models, Contributions and benefits, Reserving, Solidarity.*

1. Introduzione

In ambito previdenziale, la locuzione “*sistema a tre pilastri*” indica un sistema articolato su varie forme di previdenza, raggruppabili in tre categorie fondamentali, volte nel complesso a garantire agli individui in stato di attività lavorativa un'adeguata copertura dei diversi rischi connessi alla vita umana: la sopravvivenza a una data età (tipicamente corrispondente alla cessazione dell'attività lavorativa), l'invalidità, la morte, ecc.. In particolare:

- a) il primo pilastro designa la *previdenza pubblica di base*;
- b) il secondo pilastro designa la *previdenza complementare*;
- c) il terzo pilastro designa la *libera previdenza individuale*.

Da alcuni decenni il primo pilastro ha sensibilmente ridotto la portata del proprio intervento, anche a seguito del crescente divario tra le prestazioni promesse e le risorse disponibili. Con riferimento alle sole prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia (o, anche, pensioni di vecchiaia), si osserva che i sistemi previdenziali pubblici dei principali Paesi industrializzati attualmente erogano trattamenti pensionistici di entità ben inferiore rispetto al passato. In particolare, la pensione può essere:

- indifferenziata (vale a dire, non legata alla retribuzione del lavoratore) e in grado di coprire solamente le primarie esigenze di sopravvivenza dei pensionati, in accordo con l'*impostazione britannica* della previdenza pubblica di base;
- legata alla retribuzione del lavoratore e, comunque, limitata da un prestabilito importo massimo, in accordo con l'*impostazione germanica* della previdenza pubblica di base.

Affinché un individuo che entra in quiescenza possa beneficiare di un soddisfacente *tasso di sostituzione*, definito come il rapporto tra la prima pensione e l'ultima retribuzione, è quindi necessario che egli prenda in considerazione:

- la libera previdenza individuale, costituita da varie forme di risparmio finanziario e, in particolare, dall'assicurazione privata individuale;
- la previdenza complementare, costituita da varie forme di previdenza definite a livello collettivo, su base obbligatoria o volontaria, e in grado di offrire all'individuo coperture a condizioni più vantaggiose rispetto a quelle tradizionalmente offerte dall'assicurazione privata individuale.

Il presente lavoro esamina i *profili attuariali* della previdenza complementare nella quale, come conferma la recente esperienza della riforma della previdenza complementare attuata in Italia dal decreto legislativo 5 dicembre 2005, n. 252, si collocano forme di previdenza tra loro molto diversificate.

Il lavoro è così organizzato. Nel paragrafo 2 sono richiamati alcuni concetti di base della previdenza complementare (soggetti, gestori, modalità operative, ecc.) e sono esaminate le principali caratteristiche tecniche di uno schema di previdenza complementare (modelli di finanziamento, misura delle prestazioni, schema a contributo definito e schema a prestazione definita, ecc.) che eroghi solamente prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia. Nel paragrafo 3 sono presentati e confrontati, anche con esempi, i principi di equilibrio (di tipo collettivo o individuale, attuariale o finanziario) tra i contributi e le prestazioni che possono essere adottati per la gestione di uno schema di previdenza complementare e, inoltre, sono proposte alcune misure per valutare la solidarietà tra assicurati generata dall'applicazione del principio di equilibrio collettivo.

2. Previdenza complementare e fondi pensione

2.1 Premesse

Uno *schema di previdenza complementare* è lo strumento mediante il quale è attuata la previdenza complementare. Esso si prefigge di erogare prestazioni ai membri di una data *collettività*, denominati *assicurati*, che si trovano inizialmente in stato di attività (lavorativa). L'*adesione* dei lavoratori allo schema di previdenza complementare può essere prevista su base *obbligatoria* o *volontaria*. Nel presente lavoro si farà prevalente riferimento ai seguenti due esempi di collettività:

- a) i lavoratori dipendenti di un'azienda (privata o pubblica);
- b) i lavoratori autonomi appartenenti a un'associazione professionale.

Il soggetto che identifica il rapporto di lavoro o la professione dell'assicurato è chiamato *ente* (nei suddetti esempi, rispettivamente, l'azienda e l'associazione professionale), mentre i soggetti preposti alla gestione (amministrativa, finanziaria, ecc.) dello schema di previdenza complementare sono chiamati *gestori*.

Con riferimento agli aspetti tecnici della gestione previdenziale (vale a dire, in senso ampio, quelli che riguardano il finanziamento e l'erogazione delle prestazioni), si osserva che nella realtà della previdenza complementare, anche in Italia, è frequente il caso di una *pluralità di gestori*. A tale riguardo un tipico esempio è quello di una gestione mista banca – impresa di assicurazione, dove la prima gestisce la fase di accumulo dei contributi e la seconda gestisce la fase di erogazione delle prestazioni.

2.2 Contributi e prestazioni

Si consideri un assicurato, vale a dire un individuo che appartiene a una data collettività e che si trova inizialmente in stato di attività. Con riferimento al dato assicurato, le prestazioni (o, anche, benefici), del tipo capitale e/o rendita vitalizia, che possono essere erogate da uno schema di previdenza complementare sono tipicamente le seguenti:

- a) *prestazioni in caso di vita* dell'assicurato all'età di pensionamento per vecchiaia fissata dalla previdenza pubblica di base;¹
- b) *prestazioni in caso di invalidità* (permanente, totale o parziale) dell'assicurato durante il periodo di attività;
- c) *prestazioni in caso di morte* dell'assicurato durante il periodo di attività o durante il periodo di quiescenza.²

Nel lavoro, salvo vi sia una diversa indicazione, è ipotizzato che lo schema di previdenza complementare eroghi solamente prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia: esse sono note come *pensioni (complementari) di vecchiaia*. In tale ipotesi l'assicurato in stato di quiescenza (*pensionato*) è l'unico possibile beneficiario della prestazione pensionistica.³

Le prestazioni, erogate nel caso siano soddisfatti determinati requisiti (riguardanti il numero di anni di assicurazione, ecc.) sono finanziate dai *contributi* (o, anche, *premi*). L'onere della corresponsione dei contributi, annualmente determinati in percentuale della retribuzione (o del reddito) dell'assicurato o in misura fissa, può gravare (anche contemporaneamente) su diversi soggetti: l'assicurato, il datore di lavoro e (anche nella forma di sgravi fiscali) lo Stato.

Si distinguono le seguenti tipologie di schemi di previdenza complementare:

- a) *schemi contributivi*, nei quali gli assicurati partecipano (in misura totale o parziale) al finanziamento delle prestazioni;
- b) *schemi non contributivi*, nei quali non è prevista la partecipazione degli assicurati al finanziamento delle prestazioni.

¹ La normativa può prevedere che l'età di pensionamento per vecchiaia sia determinata in modo assoluto o, per ciascun individuo, in relazione anche all'anzianità di servizio (ad esempio, è questo il caso dell'Italia).

² Mentre nei casi (a) e (b) il beneficiario delle prestazioni è l'assicurato medesimo, nel caso (c) sono beneficiari delle prestazioni gli eventuali superstiti dell'assicurato che ne abbiano diritto.

³ Gli schemi di previdenza complementare generalmente garantiscono all'assicurato anche alcune prestazioni in caso di vita erogabili durante il periodo di attività (ad esempio, le anticipazioni).

2.3 Modelli di finanziamento

In uno schema di previdenza complementare che eroghi prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia, la corresponsione dei contributi per il finanziamento delle prestazioni può avvenire in base a una delle seguenti modalità:

- a) *modello con finanziamento corrente;*
- b) *modello con finanziamento finale;*
- c) *modello con finanziamento progressivo.*

In base al modello con finanziamento corrente (anche noto come *modello “pay as you go”*) le prestazioni vengono finanziate contestualmente alla loro erogazione e non vi è alcun prefinanziamento delle medesime. In tal caso non si determina quindi un accantonamento di riserve, genericamente intese come “risorse da destinare al finanziamento delle prestazioni”. Questo modello, diffusamente adottato nella previdenza pubblica di base, non è applicabile se il finanziamento della prestazione, per ciascun assicurato (in quiescenza), avviene tramite una sequenza di contributi versati (anche solo in misura parziale) dal medesimo assicurato durante il periodo di attività.⁴

In base al modello con finanziamento finale (anche noto come *modello “terminal funding”*) le prestazioni vengono finanziate mediante la corresponsione dei relativi capitali di copertura (vale a dire, i valori attuali attesi delle pensioni al momento in cui inizia l'erogazione delle medesime). Secondo questo modello, anch'esso frequentemente adottato nella previdenza pubblica di base, si ha pertanto la formazione di una riserva a partire dall'epoca di avvio dell'erogazione del trattamento pensionistico.⁵

In base al modello con finanziamento progressivo, tradizionalmente in uso nella previdenza complementare, per ciascun assicurato (in quiescenza) la prestazione è finanziata mediante una sequenza di contributi versati (in misura totale o parziale o nulla da parte dell'assicurato) durante il periodo di attività del medesimo. In tal caso si ha pertanto la formazione di una riserva già nel periodo di attività dell'assicurato.

Il lavoro considererà nel seguito solamente il modello con finanziamento progressivo e, per semplicità, ipotizzerà anche un finanziamento delle prestazioni a totale carico degli assicurati (è questo il caso, in Italia, dei lavoratori autonomi e dei liberi professionisti).

2.4 Misura delle prestazioni

Ai fini della determinazione delle pensioni di vecchiaia erogate da uno schema di previdenza complementare occorre innanzitutto distinguere tra:

⁴ Segue questo modello il sistema finanziario di gestione della ripartizione pura, in Italia e all'estero adottato nell'assicurazione obbligatoria per l'invalidità, la vecchiaia e i superstiti.

⁵ Segue questo modello il sistema finanziario di gestione della ripartizione dei capitali di copertura, in Italia adottato nell'assicurazione obbligatoria contro gli infortuni sul lavoro e le malattie professionali.

- a) *prestazione contributiva*: in relazione a ciascun assicurato, la pensione di vecchiaia è legata, secondo un'assegnata formula, ai contributi versati nel periodo di attività;
- b) *prestazione retributiva*: in relazione a ciascun assicurato, la pensione di vecchiaia è legata, secondo un'assegnata formula, alle retribuzioni percepite negli ultimi anni di attività (ad esempio, gli ultimi tre o cinque anni) o nell'intera vita lavorativa; in tal caso la pensione è quindi indipendente dai contributi versati nel periodo di attività.

Entrambe le tipologie di prestazioni hanno applicazione nella previdenza pubblica di base, mentre nella previdenza complementare le prestazioni sono di norma contributive. Il lavoro farà riferimento nel seguito solamente a queste ultime.

Si consideri una pensione di vecchiaia di tipo contributivo, relativa a un assicurato di sesso maschile (denotato con m) ed età x all'epoca 0 di ingresso in attività che, per semplicità, si assume coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale. In tali ipotesi, siano:

- c_1, c_2, \dots, c_n (con $c_t > 0$ per $t = 1, 2, \dots, n$) i *contributi* versati dall'assicurato all'inizio, rispettivamente, del primo, secondo, ..., n -esimo anno di attività;
- i_1, i_2, \dots, i_n (con $i_t > 0$ per $t = 1, 2, \dots, n$) i corrispondenti *tassi annui di rendimento* relativi all'investimento dei contributi.

All'epoca, n , di ingresso dell'assicurato in quiescenza, il montante finanziario dei contributi versati, indicato con M_n , è pertanto

$$(1) \quad M_n = \sum_{t=1}^n c_t (1+i_t) \dots (1+i_n) .$$

L'importo M_n è poi trasformato in una rendita vitalizia (pensione di vecchiaia) e si ottiene la rata annua, $R_{x+n}^{[m]}$, della rendita (nelle date ipotesi, non reversibile) mediante la

$$(2) \quad M_n = R_{x+n}^{[m]} \ddot{a}_{x+n}^{[m]} ,$$

dove $\ddot{a}_{x+n}^{[m]}$ è il valore attuale atteso, all'epoca n , di una rendita vitalizia immediata e anticipata, di rata unitaria, per un individuo di sesso maschile ed età iniziale $x+n$.

Il descritto procedimento per la determinazione di una prestazione (pensione di vecchiaia) contributiva è applicato, in Italia, nell'assicurazione obbligatoria per l'invalidità, la vecchiaia e i superstiti (in forza della legge 8 agosto 1995, n. 335). Tuttavia, in tal caso i contributi annui⁶ non sono capitalizzati in senso finanziario bensì sono rivalutati mediante il tasso di crescita medio del Prodotto Interno Lordo nominale relativo agli ultimi cinque anni.⁷ Inoltre, la trasformazione del montante finanziario dei contributi in rendita vitalizia avviene tramite un coefficiente, detto *coefficiente di trasformazione*, indifferenziato per maschi e femmine.

⁶ Attualmente i contributi sono fissati nella misura del 33% (rispettivamente, 20%) della retribuzione annua per i lavoratori dipendenti (rispettivamente, lavoratori autonomi).

⁷ Si ha pertanto una capitalizzazione figurativa (e non effettiva) dei contributi.

2.5 Relazioni tra contributi e prestazioni

Negli schemi di previdenza complementare il legame tra i contributi e le prestazioni può realizzarsi secondo due differenti modalità. Infatti, si distinguono:

- a) *schemi a contributo definito*;
- b) *schemi a prestazione definita*.

In uno schema a contributo definito è inizialmente fissata la sequenza dei contributi e la prestazione viene successivamente determinata, secondo un'assegnata formula, in funzione di tali contributi. In particolare, uno schema a contributo definito può essere:

- *con garanzia di rendimento minimo* (e, quindi, di prestazione minima), dove la garanzia, per l'assicurato, consiste nell'applicazione, ai contributi, di un tasso annuo di rendimento non inferiore a un livello minimo garantito i^* (con $i^* \geq 0$);⁸
- *senza garanzia di rendimento minimo*.

In uno schema a prestazione definita è inizialmente fissata la prestazione e i contributi sono successivamente determinati, secondo un'assegnata formula, in funzione di tale prestazione. In particolare, la prestazione può essere:

- *aggiuntiva*, se è fissato solamente l'ammontare della prestazione erogata dallo schema di previdenza complementare;
- *integrativa*, se è fissato l'ammontare complessivo delle prestazioni erogate dallo schema di previdenza complementare e dalla previdenza pubblica di base.

In uno schema a contributo definito, il valore delle attività e il valore delle passività si eguagliano in qualsiasi istante (e lo schema è detto "fully funded"), mentre tale eguaglianza non vale, in generale, in uno schema a prestazione definita (in particolare, esso è detto "overfunded" se il valore del patrimonio è superiore a quello della riserva accantonata e, invece, "underfunded" nel caso contrario).

Nella previdenza complementare sono adottati sia schemi a contributo definito (nei quali la prestazione è aggiuntiva) sia schemi a prestazione definita. Il legislatore può tuttavia imporre alcune restrizioni al loro utilizzo.⁹

2.6 Classificazione degli schemi di previdenza complementare

Si consideri, ad esempio, una collettività costituita dai lavoratori dipendenti di un'azienda. In tale ipotesi la previdenza complementare può attuarsi secondo una delle seguenti modalità:

⁸ In particolare, per $i^*=0$ si ha la garanzia del capitale versato.

⁹ In Italia, ad esempio, possono essere istituite forme pensionistiche complementari a prestazione definita solamente in relazione ai lavoratori autonomi e ai liberi professionisti (in forza del decreto legislativo 21 aprile 1993, n. 124). La prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva) può essere determinata in funzione del reddito percepito dal lavoratore o del trattamento pensionistico erogato dalla previdenza pubblica di base. Per approfondimenti si vedano Cesari (2007) e Vallacchia (2008).

- a) *schemi autoassicurati*;
- b) *schemi assicurati*.

In uno schema autoassicurato il datore di lavoro si impegna a corrispondere ai dipendenti in quiescenza una pensione di vecchiaia e, a tale fine, può decidere:

- di accantonare adeguate riserve (in tal caso si ha uno *schema autoassicurato con accantonamento di riserve interno all'azienda*);
- di costituire un'unità operativa, esterna all'azienda, preposta all'accumulo dei contributi, all'accantonamento delle riserve e all'erogazione della prestazione pensionistica (in tal caso si ha uno *schema autoassicurato con accantonamento di riserve esterno all'azienda* o, anche, *fondo pensione autogestito*).

In uno schema assicurato (o, anche, *fondo pensione assicurato*) il datore di lavoro si impegna a corrispondere ai dipendenti in quiescenza una pensione di vecchiaia e, a tale fine, stipula un contratto con uno o più intermediari finanziari (banca, impresa di assicurazione, ecc.) per la gestione (totale o parziale) dello schema previdenziale.¹⁰

La suddetta classificazione è valida per qualsiasi schema di previdenza complementare e per ogni collettività di riferimento.¹¹ Essa evidenzia altresì come in uno schema autoassicurato non si attui alcun trasferimento di rischi della gestione previdenziale dall'ente (nell'esempio in esame, l'azienda) ad altri soggetti (vale a dire, gli intermediari finanziari).¹²

2.7 Fondi pensione

I fondi pensione rappresentano, in Italia e all'estero, la modalità operativa più interessante della previdenza complementare. Sulla base della classificazione degli schemi di previdenza complementare ora descritta, si distinguono:

- a) fondi pensione autogestiti;
- b) fondi pensione assicurati.

Entrambi possono essere del tipo a contributo definito o a prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva). Nei fondi pensione assicurati a contributo definito è usualmente prevista una garanzia di rendimento minimo.¹³

¹⁰ Le forme pensionistiche complementari presenti in Italia, con la sola (parziale) eccezione dei fondi pensione preesistenti (vale a dire, i fondi pensione già istituiti alla data di entrata in vigore della legge 23 ottobre 1992, n.421) sono fondi assicurati in quanto prevedono la partecipazione di almeno un intermediario finanziario nella gestione previdenziale: infatti, il decreto legislativo 5 dicembre 2005, n. 252 dispone che la gestione finanziaria delle risorse dei fondi pensione deve essere affidata ai seguenti soggetti specializzati nella gestione di patrimoni: banche, imprese di assicurazione, società di gestione del risparmio e società di intermediazione mobiliare. Per approfondimenti si vedano Cesari (2007) e Vallacqua (2008).

¹¹ Tra le modalità attuative della previdenza complementare si ha inoltre il caso di uno schema autoassicurato senza accantonamento di riserve, il quale presuppone tuttavia che le prestazioni siano finanziate (nell'esempio in esame, dal datore di lavoro) mediante il modello con finanziamento corrente.

¹² Per una sintetica analisi dei rischi connessi alla gestione previdenziale si veda il paragrafo 3.8.

¹³ In Italia, il decreto legislativo 5 dicembre 2005, n. 252 stabilisce che i fondi pensione prevedono, in caso di conferimento tacito del TFR, l'impiego dei contributi nella linea di investimento (tipicamente obbligazionario)

Con riferimento ai fondi pensione assicurati, inoltre, si distinguono:

- a) *fondi chiusi*, i quali si riferiscono ai lavoratori (dipendenti, autonomi, ecc.) appartenenti a una ben definita collettività;
- b) *fondi aperti*, i quali sono costituiti unilateralmente da un intermediario finanziario e ad essi un lavoratore può aderire individualmente, in modo del tutto indipendente da uno specifico rapporto di lavoro, al fine di costituire per sé una pensione complementare.¹⁴

2.8 Assicurazioni collettive

Nell'ambito dei fondi pensione assicurati si collocano le *assicurazioni collettive*: in tal caso la gestione previdenziale è interamente affidata a un'impresa di assicurazione. Per quel che concerne i rischi oggetto della copertura assicurativa (e le relative prestazioni erogate), si possono distinguere le seguenti forme di previdenza:

- a) *assicurazioni collettive previdenziali*, le quali prevedono l'erogazione di prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia;
- b) *assicurazioni collettive di puro rischio*, le quali prevedono l'erogazione di prestazioni in caso di morte (e talvolta in caso di invalidità permanente) del tipo capitale.

Sotto il profilo attuariale, l'assicurazione collettiva è la forma di previdenza complementare più vicina all'assicurazione privata individuale. Essa si differenzia tuttavia da un insieme di assicurazioni private individuali a causa dell'unicità di contraenza (nel caso della previdenza complementare definita a livello di azienda, ad esempio, contraente è l'azienda).

L'unicità di contraenza ha conseguenze importanti (e positive per gli assicurati) in termini di costo della copertura assicurativa: infatti, la minore incidenza di alcune categorie di spese (innanzitutto, le spese di acquisizione) consente all'impresa di assicurazione di applicare caricamenti per spese (generalmente determinati in via forfettaria) inferiori rispetto a quelli, *ceteris paribus*, applicati nell'assicurazione privata individuale.¹⁵

Si osserva inoltre che:

- le assicurazioni collettive previdenziali possono essere del tipo a contributo definito o a prestazione definita (in prevalenza, aggiuntiva);
- le assicurazioni collettive di puro rischio, allo scopo di evitare fenomeni di antiselezione derivanti dall'assenza di un'iniziale visita medica, frequentemente prevedono l'adesione obbligatoria da parte dei membri della collettività (nell'esempio in esame, i lavoratori dipendenti dell'azienda).

più prudentiale al fine di garantire la restituzione del capitale versato e di ottenere rendimenti comparabili al tasso di rivalutazione del TFR.

¹⁴ I fondi aperti operano pertanto come collettori di posizioni previdenziali individuali (in particolare, nel caso di lavoratori privi di un fondo chiuso di riferimento).

¹⁵ Nelle assicurazioni collettive di puro rischio sono inoltre frequentemente introdotte clausole contrattuali che determinano riduzioni di premio legate alla numerosità della collettività degli assicurati e/o alla sinistrosità (mortalità) osservata.

3. Principi di equilibrio tra contributi e prestazioni

3.1 Premesse

In uno schema di previdenza complementare l'equilibrio tra le entrate (per contributi) e le uscite (per prestazioni) può essere variamente definito. In particolare, si può considerare:

- a) un *equilibrio collettivo*;
- b) un *equilibrio individuale*.

L'equilibrio collettivo è di tipo attuariale in quanto considera sia la componente demografica sia la componente finanziaria, mentre l'equilibrio individuale può essere:

- *di tipo attuariale*;
- *(in parte) di tipo finanziario*.

Di seguito sono definiti e confrontati i diversi possibili principi di equilibrio tra i contributi e le prestazioni di uno schema di previdenza complementare che eroghi prestazioni in caso di vita del tipo rendita vitalizia. I principi di equilibrio sono definiti non prendendo in esame le *spese*, di natura amministrativa e finanziaria, che gravano sulla gestione previdenziale.

3.2 Principio di equilibrio collettivo

3.2.1 Definizioni

L'adozione del *principio di equilibrio collettivo* tra i contributi e le prestazioni di uno schema di previdenza complementare richiede innanzitutto:

- a) la scelta di una *collettività di riferimento*;
- b) la scelta di un *periodo di gestione*.

Tipici esempi di collettività di riferimento sono i seguenti:

- gli attivi e i pensionati presenti all'epoca iniziale di valutazione (in tal caso si ha una *collettività chiusa*);
- gli attivi e i pensionati presenti all'epoca iniziale di valutazione ai quali si aggiungono i nuovi ingressi (attivi) nel periodo di gestione (in tal caso si ha una *collettività aperta*).

Il periodo di gestione è individuato da un numero, N , di anni a partire dall'epoca iniziale di valutazione (sia essa l'epoca 0) che, per semplicità, si assume coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale. In particolare:

- per una collettività chiusa, esso può essere individuato dall'età estrema dell'attivo, di sesso femminile, più giovane della collettività (caso di una *durata finita della gestione*);
- per una collettività aperta, esso può essere più ampio ed è possibile porre, in particolare, $N=+\infty$ (caso di una *durata illimitata della gestione*).

Si osserva che la collettività di riferimento è costituita da *assicurati eterogenei* rispetto alle principali caratteristiche rilevanti per la quantificazione del rischio assicurato (vale a dire, la durata di vita): infatti, si hanno individui in attività lavorativa e in quiescenza, di sesso maschile e femminile, aventi diverse età all'ingresso in attività lavorativa, ecc.

Il principio di equilibrio collettivo, fondato sul *criterio della speranza matematica*, stabilisce che, in relazione alla data collettività in un qualunque istante k del prefissato periodo di gestione (quindi, $0 \leq k \leq N$), la somma del *valore attuale atteso dei contributi futuri* (vale a dire, relativi al residuo periodo di gestione $[k, N]$), indicato con $C[k, N]$, e dell'eventuale riserva ivi accantonata, denominata *riserva collettiva* e indicata con G_k , eguagli il *valore attuale atteso delle prestazioni future*, indicato con $O[k, N]$.

In simboli, si ha

$$(3) \quad C[k, N] + G_k = O[k, N] ,$$

con $G_0 = 0$ e $G_k \geq 0$ per $k \neq 0$.

Per l'applicazione del principio di equilibrio collettivo è necessaria la fissazione di alcune *basi tecniche*. In particolare:

- a) le *basi demografiche*: innanzitutto, le probabilità di eliminazione (definitiva) degli attivi dalla collettività per le cause di morte, invalidità, ecc.;
- b) la *base finanziaria*: adottando (come è usuale nella tecnica attuariale dei fondi pensione) un'impostazione deterministica della struttura finanziaria, essa è costituita dal tasso annuo di interesse (certo), i , in base al quale attualizzare le prestazioni;
- c) le *basi economiche*: innanzitutto, l'andamento delle retribuzioni rispetto all'anzianità lavorativa e le variazioni delle retribuzioni (e delle pensioni) in termini reali.

Se anche per le basi economiche viene adottata un'impostazione deterministica, l'aleatorietà presa in esame ai fini dei calcoli attuariali è solamente quella connessa alla durata residua di permanenza di un assicurato nello stato di attivo.

Nel caso di una collettività aperta occorre inoltre formulare opportune ipotesi sui *nuovi ingressi* (attivi) nella collettività.

Adottato il *metodo degli anni di gestione* (o, anche, *metodo delle stime annuali*) ai fini della valutazione dei contributi e delle prestazioni, siano:

- C_t ($t=1, 2, \dots, N$) il *valore atteso dei contributi* relativi alla data collettività nell'anno di gestione t ;
- O_t ($t=1, 2, \dots, N$) il *valore atteso degli oneri per prestazioni pensionistiche* relativi alla data collettività nell'anno di gestione t ; ad esempio:
 - le *rate di pensione* erogate ai pensionati presenti nell'anno;
 - i *capitali di copertura delle rendite* spettanti ai nuovi pensionati dell'anno.

Formulata, per semplicità, l'ipotesi che i contributi e gli oneri per pensioni siano corrisposti all'inizio di ciascun anno (quindi, alle epoche $0, 1, \dots, N-1$), indicato con $v = (1+i)^{-1}$ il *fattore annuo di attualizzazione finanziaria*, all'epoca 0 l'equilibrio collettivo è così espresso:

$$(4) \quad \sum_{t=1}^N C_t v^{t-1} = \sum_{t=1}^N O_t v^{t-1} .$$

Con riferimento a uno schema di previdenza complementare a prestazione definita, fissati i valori attesi degli oneri per pensione (in breve, *prestazioni*) O_1, O_2, \dots, O_N , vi sono infinite possibilità di scelta dei valori attesi dei contributi (in breve, *contributi*) C_1, C_2, \dots, C_N in modo da verificare la (4). Analogamente avviene, a ruoli invertiti tra contributi e prestazioni, in uno schema di previdenza complementare a contributo definito.

3.2.2 Capitalizzazione collettiva

Con riferimento a uno schema previdenziale a prestazione definita, un qualunque criterio di calcolo dei contributi C_1, C_2, \dots, C_N tale che, fissate le prestazioni O_1, O_2, \dots, O_N , sia soddisfatto l'equilibrio collettivo (4) è definito *sistema finanziario di gestione*.¹⁶

Nell'ipotesi che, per ciascun attivo, il contributo, c_t , nell'anno t sia dato da un'aliquota, α_t , della relativa retribuzione, z_t , si ha

$$(5) \quad c_t = \alpha_t z_t$$

e l'aliquota α_t è denominata *aliquota di contribuzione* (o, anche, *premio medio*).

Indicato con Z_t l'ammontare complessivo delle retribuzioni percepite, nell'anno t , dagli attivi che appartengono alla data collettività, si ha

$$(6) \quad C_t = \alpha_t Z_t .$$

La condizione di equilibrio collettivo (4) può pertanto essere così riscritta:

$$(7) \quad \sum_{t=1}^N \alpha_t Z_t v^{t-1} = \sum_{t=1}^N O_t v^{t-1} .$$

La (7) evidenzia come, fissate le retribuzioni Z_1, Z_2, \dots, Z_N e le prestazioni O_1, O_2, \dots, O_N , un sistema finanziario di gestione risulti individuato da una particolare sequenza di aliquote di contribuzione $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$.

¹⁶ Nella letteratura attuariale la locuzione "*sistema finanziario di gestione*" è utilizzata indipendentemente dal principio adottato per la realizzazione dell'equilibrio tra contributi e prestazioni. Nel caso di equilibrio di tipo attuariale (collettivo o individuale) sarebbe tuttavia più opportuna la locuzione "*sistema attuariale (o tecnico-finanziario) di gestione*".

Il problema ammette infinite soluzioni e ciascuna di esse determina, nel periodo di gestione, una differente distribuzione del carico relativo al finanziamento dello schema di previdenza complementare. A tale proposito, si distinguono:

- a) *sistemi a capitalizzazione collettiva*;
- b) *sistemi a ripartizione*.

In generale, un sistema finanziario di gestione è denominato *sistema a capitalizzazione* se la contribuzione relativa a un assicurato (attivo) concorre al finanziamento della prestazione (pensionistica) che potrà essere percepita in futuro dal medesimo assicurato. Lo sfasamento temporale esistente tra la corresponsione dei contributi e l'erogazione della prestazione determina quindi la formazione di una riserva. Nel caso in esame, poiché tra i contributi e le prestazioni vige un equilibrio collettivo (vale a dire, riferito a una pluralità di assicurati eterogenei rispetto alle principali caratteristiche rilevanti per la quantificazione del rischio assicurato), si ha una *capitalizzazione collettiva* (di tipo attuariale) e la *riserva collettiva* così costituita è ulteriormente scomponibile in *riserva degli attivi* (o, anche, *riserva degli oneri latenti*) e *riserva dei pensionati* (o, anche, *riserva degli oneri maturati*).

In un sistema a ripartizione la contribuzione relativa a un assicurato (attivo) non finanzia la prestazione pensionistica che potrà essere percepita in futuro dal medesimo assicurato, poiché tale finanziamento è interamente affidato, mediante il modello con finanziamento corrente o il modello con finanziamento finale, ad altri soggetti (ad esempio, alle future generazioni di attivi). E' pertanto possibile che non si determini la formazione di una riserva.

I sistemi finanziari di gestione adottati nella previdenza complementare in base al principio di equilibrio collettivo, per quanto osservato sulle modalità di finanziamento delle prestazioni, sono sistemi a capitalizzazione collettiva.

3.2.3 Esempi

Nei seguenti esempi 1 e 2 è presentata l'applicazione alla previdenza complementare di un sistema finanziario di gestione di notevole interesse nella previdenza pubblica di base.

Esempio 1

Si consideri uno schema di previdenza complementare a prestazione definita e una collettività aperta, costituita dagli attivi e dai pensionati presenti all'epoca 0 e, inoltre, dai nuovi ingressi (attivi) nel periodo di gestione (N anni, eventualmente $N=+\infty$). Si ipotizzi inoltre che gli oneri per prestazioni pensionistiche consistano nel pagamento delle rate di pensione ai pensionati presenti all'inizio di ciascun anno di gestione.

Indicato con $O_t^{(R)}$ l'onere in questione per l'anno t, la condizione di equilibrio collettivo (7) assume la seguente espressione:

$$(8) \quad \sum_{t=1}^N \alpha_t^{(R)} Z_t v^{t-1} = \sum_{t=1}^N O_t^{(R)} v^{t-1} .$$

Nell'ipotesi che l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni venga realizzato, in particolare, mediante un'aliquota di contribuzione costante nel periodo di gestione, vale a dire

$$(9) \quad \alpha_t^{(R)} = \alpha^{(R)}, \quad t = 1, 2, \dots, N,$$

si ottiene il sistema finanziario di gestione denominato *sistema del premio medio generale*, diffusamente adottato nella previdenza pubblica di base.¹⁷

Esso è individuato dall'aliquota di contribuzione¹⁸

$$(10) \quad \alpha^{(R)} = \frac{\sum_{t=1}^N O_t^{(R)} v^{t-1}}{\sum_{t=1}^N Z_t v^{t-1}} .$$

In particolare, sia $\alpha(N)^{(R)}$ il premio medio generale nel caso di durata finita della gestione e, invece, $\alpha(\infty)^{(R)}$ il premio medio generale nel caso di durata illimitata della gestione.

Esempio 2

Si considerino la collettività di riferimento e il periodo di gestione dell'esempio 1. Tuttavia, si ipotizzi ora che gli oneri per prestazioni pensionistiche consistano nel pagamento dei capitali di copertura delle rendite ai nuovi pensionati di ciascun anno di gestione.

Indicato con $O_t^{(C)}$ l'onere in questione per l'anno t , la condizione di equilibrio collettivo (7) assume ora la seguente espressione:

$$(11) \quad \sum_{t=1}^N \alpha_t^{(C)} Z_t v^{t-1} = \sum_{t=1}^N O_t^{(C)} v^{t-1} .$$

Nell'ipotesi che l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni venga realizzato, in particolare, mediante un'aliquota di contribuzione costante nel periodo di gestione (vale a dire, $\alpha_t^{(C)} = \alpha^{(C)}$ per $t = 1, 2, \dots, N$), si ottiene ancora il sistema del premio medio generale. Esso è ora individuato dall'aliquota di contribuzione

¹⁷ In Italia, il sistema del premio medio generale è stato adottato nell'assicurazione obbligatoria per l'invalidità, la vecchiaia e i superstiti dalla sua introduzione su base obbligatoria (decreto legislativo 21 aprile 1919, n.603) fino al 1° maggio 1970 (in attuazione della legge 30 aprile 1969, n.903), anche se nel periodo 1945–1970 esso ha convissuto con il sistema del premio medio di ripartizione pura (si veda Coppini e Micocci, 2002).

¹⁸ Va tuttavia osservato che se le basi tecniche effettive (demografiche, etc.) si discostano, nel tempo, in misura significativa dalle basi tecniche adottate ai fini dei calcoli attuariali, determinando il venir meno dell'equilibrio collettivo inizialmente (all'epoca 0) soddisfatto, allora il sistema del premio medio generale è caratterizzato, nel tempo, da un adeguamento dell'aliquota di contribuzione inizialmente calcolata (si veda Grasso, 2001).

$$(12) \quad \alpha^{(C)} = \frac{\sum_{t=1}^N O_t^{(C)} v^{t-1}}{\sum_{t=1}^N Z_t v^{t-1}} .$$

In particolare, sia $\alpha(N)^{(C)}$ il premio medio generale nel caso di durata finita della gestione e, invece, $\alpha(\infty)^{(C)}$ il premio medio generale nel caso di durata illimitata della gestione.

E' immediato rilevare come il sistema del premio medio generale, definito dall'aliquota di contribuzione $\alpha^{(R)}$ o $\alpha^{(C)}$, sia un sistema a capitalizzazione collettiva (caratterizzato, in un qualunque istante $k \neq 0$ del periodo di gestione, dalla formazione di una riserva collettiva).

Per quel che concerne, infine, le relazioni tra i premi medi generali $\alpha^{(R)}$ e $\alpha^{(C)}$, valgono le seguenti:

- $\alpha(N)^{(R)} \neq \alpha(N)^{(C)}$;
- $\alpha(\infty)^{(R)} = \alpha(\infty)^{(C)}$ a condizione che le serie presenti nelle espressioni (10) e (12), ivi posto $N=+\infty$, siano convergenti.¹⁹

3.3 Principio di equilibrio individuale attuariale

3.3.1 Definizioni

L'adozione del *principio di equilibrio individuale attuariale* tra i contributi e le prestazioni di uno schema di previdenza complementare richiede innanzitutto la scelta di una collettività di riferimento costituita da un gruppo di assicurati per i quali è ragionevole assumere, all'epoca iniziale di valutazione (sia essa l'epoca 0), condizioni di indifferenza rispetto al rischio.²⁰

Si consideri pertanto uno schema di previdenza complementare a prestazione definita e una collettività costituita da assicurati di sesso maschile e aventi età x all'epoca 0 di ingresso in attività che, per semplicità, si assume coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale. In relazione a ciascun assicurato, sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia (pensione di vecchiaia).²¹

In tali ipotesi il principio di equilibrio individuale attuariale, fondato sul criterio della speranza matematica, stabilisce che, in relazione a ciascun assicurato della data collettività in

¹⁹ Per approfondimenti sulle condizioni necessarie per l'unicità del premio medio generale, nel caso di durata illimitata della gestione, si vedano Coppini (1979) e Tomassetti (1986).

²⁰ La situazione in esame può essere interpretata come un caso particolare di equilibrio collettivo riferito a una collettività chiusa e a una durata finita della gestione.

²¹ Nelle date ipotesi (schema a prestazione definita, prestazione contributiva, etc.) la rata R corrisponde a quella ottenuta mediante la (2) a partire dal prefissato montante finanziario, all'epoca n , dei contributi versati.

un qualunque istante k del periodo di attività (quindi, $0 \leq k \leq n$), la somma del valore attuale atteso dei contributi futuri, indicato con $C^{[m]}[k, n]$, e della riserva ivi accantonata, denominata *riserva matematica* e indicata con $V_k^{[m]}$, eguagli il valore attuale atteso delle corrispondenti prestazioni future, indicato con $O^{[m]}[k, n]$.

In simboli, si ha

$$(13) \quad C^{[m]}[k, n] + V_k^{[m]} = O^{[m]}[k, n] ,$$

con $V_0^{[m]} = 0$, $V_k^{[m]} > 0$ per $k \neq 0$ ed essendo

$$(14) \quad O^{[m]}[k, n] = R {}_{n-k}E_{x+k}^{[m]} \ddot{a}_{x+n}^{[m]} ,$$

dove ${}_{n-k}E_{x+k}^{[m]}$ è il *fattore di sconto attuariale* (all'età $x+k$, per una durata di $n-k$ anni) e $R \ddot{a}_{x+n}^{[m]}$ è il *capitale di copertura* della rendita.

In un qualsiasi istante k del periodo di quiescenza di ciascun assicurato (quindi, $k > n$), l'equilibrio individuale attuariale viene invece garantito dall'accantonamento di una riserva matematica di importo eguale a $R \ddot{a}_{x+k}^{[m]}$.

Anche ai fini dell'applicazione del principio di equilibrio individuale attuariale è necessaria la fissazione di opportune basi tecniche (di natura demografica, finanziaria ed economica). Poiché l'equilibrio è riferito a una collettività chiusa, è invece irrilevante la formulazione di ipotesi su eventuali futuri ingressi (attivi) nella collettività.

In caso di morte di un assicurato all'istante k , sia nello stato di attivo ($0 \leq k \leq n$) sia nello stato di pensionato ($k > n$), la riserva matematica accantonata è attribuita agli assicurati (della collettività di riferimento) superstiti, contribuendo così a finanziare le prestazioni che potranno essere erogate in futuro a loro favore.

3.3.2 Capitalizzazione individuale

Il valore attuale atteso, all'istante k ($0 \leq k \leq n$), dei contributi futuri può essere specificato mediante la definizione di un sistema finanziario di gestione. Nel caso in esame un sistema finanziario di gestione è un qualunque criterio di calcolo dei contributi (annui) c_1, c_2, \dots, c_s (con $1 \leq s \leq n$) tale che, prefissata la rata annua, R , della rendita vitalizia, all'epoca 0 sia soddisfatta la condizione di equilibrio individuale attuariale (13).

A tale fine si possono impiegare alcune leggi di tariffazione delle rendite vitalizie adottate nell'assicurazione privata individuale. Tra le altre, si segnalano:

- a) la *legge di tariffazione a premi annui costanti*;
- b) la *legge di tariffazione a premi unici ricorrenti*.

Un qualunque sistema finanziario di gestione definito in base alla (13) è un sistema a capitalizzazione. Nel caso in esame, poiché tra i contributi e le prestazioni vige un equilibrio individuale attuariale (vale a dire, riferito a una pluralità di assicurati omogenei rispetto alle principali caratteristiche rilevanti per la quantificazione del rischio assicurato), si ha una *capitalizzazione individuale* (di tipo attuariale).

3.3.3 Esempi

Nei seguenti esempi 3 e 4 vengono presentate, rispettivamente, le applicazioni delle leggi di tariffazione a premi annui costanti e a premi unici ricorrenti ai fini della gestione di uno schema di previdenza complementare.

Esempio 3

Si consideri uno schema di previdenza complementare a prestazione definita e una collettività costituita da assicurati di sesso maschile ed entrati in attività, in età x , all'epoca 0. Sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia. Si ipotizzi inoltre che la rendita vitalizia venga finanziata mediante il pagamento di *premi annui (equi) costanti*, indicati con $P^{[m]}$, per l'intera durata del differimento della rendita.

A partire dalla condizione di equilibrio (13), per $k = 0$, si ottiene il premio

$$(15) \quad P^{[m]} = \frac{R \cdot {}_n\ddot{a}_x^{[m]}}{{}_{/n}\ddot{a}_x^{[m]}} ,$$

dove ${}_n\ddot{a}_x^{[m]}$ (rispettivamente, ${}_{/n}\ddot{a}_x^{[m]}$) è il valore attuale atteso, all'epoca 0, di una rendita vitalizia differita (rispettivamente, temporanea) n anni e anticipata, di rata unitaria, per un individuo di sesso maschile ed età iniziale x .

Il premio $P^{[m]}$ dipende anche dall'età iniziale (x) degli assicurati e dalla durata (n anni) del differimento della rendita. Per semplicità di notazione, ciò è omissso nella (15).

In tali ipotesi la *riserva matematica pura*, $V_k^{[m]}$, valutata prospettivamente all'epoca k (per semplicità, intera: $k=0,1,2,\dots$), assume la seguente espressione:

$$(16) \quad V_k^{[m]} = \begin{cases} R \cdot {}_{n-k}\ddot{a}_{x+k}^{[m]} - P^{[m]} \cdot {}_{/n-k}\ddot{a}_{x+k}^{[m]} & \text{se } k < n \\ R \cdot \ddot{a}_{x+k}^{[m]} & \text{se } k \geq n \end{cases} ,$$

con $V_0^{[m]} = 0$.

Esempio 4

Si considerino la collettività di riferimento e le ipotesi dell'esempio 3. Tuttavia, si ipotizzi ora che la rendita vitalizia venga finanziata mediante il pagamento di *premi unici (equi) ricorrenti*, indicati con $U_1^{[m]}, U_2^{[m]}, \dots, U_n^{[m]}$. Vale, all'epoca 0, la relazione di equilibrio²²

$$(17) \quad \sum_{t=1}^n U_t^{[m]} E_{t-1}^{[m]} = R_n \ddot{a}_x^{[m]} .$$

Considerando inoltre una scomposizione di R in n assegnate rate R_1, R_2, \dots, R_n , una per ciascun anno di differimento, e richiedendo che il premio unico ricorrente $U_t^{[m]}$ finanzia la rata R_t , si ottiene

$$(18) \quad U_t^{[m]} = R_t \ddot{a}_{x+t-1}^{[m]}, \quad t = 1, 2, \dots, n .$$

In particolare, sia $R_t = \frac{R}{n}$. In tale ipotesi si ha

$$(19) \quad U_1^{[m]} < U_2^{[m]} < \dots < U_n^{[m]} .$$

La riserva matematica pura, $V_k^{[m]}$, valutata prospettivamente all'epoca (intera) k , assume la seguente espressione (con $V_0^{[m]} = 0$):

$$(20) \quad V_k^{[m]} = \begin{cases} {}_{n-k} \ddot{a}_{x+k}^{[m]} \sum_{t=1}^k R_t & \text{se } k < n \\ R \ddot{a}_{x+k}^{[m]} & \text{se } k \geq n \end{cases} .$$

Poiché ciascuna rata R_t è finanziata dal corrispondente premio unico ricorrente $U_t^{[m]}$, le rate R_1, \dots, R_k sono "liberate", all'epoca k di valutazione, dal pagamento di ulteriori premi nell'orizzonte temporale $[k, n)$.

E' interessante segnalare come la legge di tariffazione a premi annui costanti possa essere interpretata nell'ambito della legge di tariffazione a premi unici ricorrenti. Infatti, posto

$$(21) \quad U_t^{[m]} = P^{[m]}, \quad t = 1, 2, \dots, n ,$$

²² Per semplicità di notazione, nei premi unici ricorrenti è omissso il riferimento all'età iniziale degli assicurati e alla durata del differimento della rendita.

la determinazione della rata, indicata con R_t^* , finanziata mediante il pagamento del premio unico ricorrente $P^{[m]}$ è ottenuta dalla

$$(22) \quad R_t^* = \frac{P^{[m]}}{n-t+1/\ddot{a}_{x+t-1}^{[m]}} \quad , \quad t = 1, 2, \dots, n \quad .$$

Ovviamente si ha

$$(23) \quad \sum_{t=1}^n R_t^* = R \quad ,$$

con

$$(24) \quad R_1^* > R_2^* > \dots > R_n^* \quad .$$

3.4 Principio di equilibrio individuale finanziario

3.4.1 Definizioni

A differenza di un principio di equilibrio attuariale (di tipo individuale o collettivo), il quale richiede inizialmente la scelta di una collettività di riferimento, il *principio di equilibrio individuale finanziario* fa riferimento al singolo assicurato.

Si consideri pertanto uno schema di previdenza complementare a prestazione definita e un assicurato (ad esempio, un lavoratore dipendente di un'azienda) di sesso maschile e avente età x all'epoca 0 di ingresso in attività che, per semplicità, si assume coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale. Sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia.

In tali ipotesi il principio di equilibrio individuale finanziario stabilisce che, all'epoca n , il *montante finanziario dei contributi versati* nel periodo di attività $[0, n]$ (o, anche, *montante accumulato*) eguagli il capitale di copertura della rendita. Indicato con M_n il suddetto montante accumulato, all'epoca n , vale quindi la

$$(25) \quad M_n = R \ddot{a}_{x+n}^{[m]} \quad .$$

3.4.2 Capitalizzazione finanziaria

Una qualunque sequenza di contributi che ottenga, all'epoca n , un montante accumulato eguale a $R \ddot{a}_{x+n}^{[m]}$ è, nelle fissate ipotesi, una modalità di finanziamento della rendita vitalizia

coerente con il principio di equilibrio individuale finanziario: pertanto, essa individua un sistema finanziario di gestione per il dato schema di previdenza complementare. Nel caso in esame si ha la *costituzione finanziaria del capitale di copertura della rendita*.

In simboli, siano c_1, c_2, \dots, c_n i contributi versati dall'assicurato all'inizio degli n anni di attività ed i_1, i_2, \dots, i_n i corrispondenti tassi annui di rendimento relativi all'investimento dei contributi. Si ha

$$(26) \quad M_n = \sum_{t=1}^n c_t (1+i_t) \dots (1+i_n) = R \ddot{a}_{x+n}^{[m]} .$$

Un sistema finanziario di gestione definito in base alla (26) è un sistema a capitalizzazione: in particolare, la contribuzione relativa all'assicurato finanzia in misura totale la prestazione che potrà essere percepita in futuro dal medesimo assicurato. Nel caso in esame, poiché tra i contributi e le prestazioni vige un equilibrio individuale finanziario (vale a dire, riferito al singolo assicurato), si ha una *capitalizzazione finanziaria* (e non attuariale).

La (26) pone inoltre in evidenza come il principio di equilibrio individuale finanziario abbia significato solamente nel periodo di attività dell'assicurato, durante il quale sono versati i contributi. Nel successivo (eventuale) periodo di quiescenza dell'assicurato, l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni:

- a) è di tipo individuale attuariale;
- b) è definito in relazione a una collettività di riferimento costituita da una pluralità di assicurati (nell'esempio in esame, i lavoratori dipendenti dell'azienda) omogenei rispetto alle principali caratteristiche rilevanti per la quantificazione del rischio assicurato;
- c) è garantito dalla riserva matematica generata dal capitale di copertura della rendita.

In caso di morte dell'assicurato all'istante k compreso nel periodo di quiescenza ($k > n$) la riserva matematica accantonata è attribuita agli assicurati (della collettività di riferimento) superstiti, contribuendo così a finanziare le prestazioni che potranno essere erogate in futuro a loro favore.

Se si considera, pertanto, l'intera durata di vita dell'assicurato (inizialmente in attività, in seguito eventualmente in quiescenza) l'equilibrio tra i contributi e le prestazioni è di tipo misto (in parte finanziario, in parte attuariale).

In caso di morte dell'assicurato all'istante k compreso nel periodo di attività ($0 \leq k \leq n$) il montante finanziario dei contributi versati, ivi accumulato, è invece accreditato, in forma di capitale e/o rendita vitalizia, agli eventuali superstiti dell'attivo che ne abbiano diritto.

La *prestazione aggiuntiva* (rispetto alla prestazione base in caso di vita), erogata in caso di morte dell'assicurato nel periodo di attività, fa sì che il principio di equilibrio individuale finanziario sia per l'assicurato, a parità di prestazione base, più oneroso rispetto al principio di equilibrio individuale attuariale.

In simboli, siano:

- $c_1^{(F)}, c_2^{(F)}, \dots, c_n^{(F)}$ una qualunque sequenza di contributi soddisfacente la condizione di equilibrio individuale finanziario (26);
- $c_1^{(A)}, c_2^{(A)}, \dots, c_n^{(A)}$ una qualunque sequenza di contributi soddisfacente la condizione di equilibrio individuale attuariale (13).

Si ipotizzi inoltre, per semplicità, che il tasso annuo di rendimento dei contributi sia costante nel tempo ed eguale, in particolare, al tasso annuo di interesse, i , in base al quale viene attualizzata la prestazione pensionistica. In tali ipotesi si ha la seguente relazione riguardante i valori attuali attesi, all'epoca 0, delle suddette due sequenze di contributi:

$$(27) \quad \sum_{t=1}^n c_t^{(F)} {}_{t-1}E_x^{[m]} > \sum_{t=1}^n c_t^{(A)} {}_{t-1}E_x^{[m]} .$$

Un caso particolare della (27) verrà esaminato e commentato nel successivo esempio 5.

3.4.3 Un esempio

Nel seguente esempio 5 viene presentata l'applicazione alla previdenza complementare di un sistema finanziario di gestione di notevole interesse, nella matematica finanziaria, ai fini dell'operazione di costituzione di un capitale.

Esempio 5

Si consideri uno schema di previdenza complementare a prestazione definita e un assicurato (ad esempio, un lavoratore dipendente di un'azienda) di sesso maschile ed entrato in attività, in età x , all'epoca 0. Sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia. Si ipotizzi inoltre che:

- a) la rendita vitalizia venga finanziata mediante il pagamento di *contributi annui anticipati costanti*, indicati con W , per l'intera durata del differimento della rendita;
- b) sia $i_1 = i_2 = \dots = i_n = i$.

Nelle date ipotesi la condizione di equilibrio individuale finanziario (26) assume la seguente espressione:

$$(28) \quad \sum_{t=1}^n W (1+i)^{n-t+1} = R \ddot{a}_{x+n}^{[m]} .$$

Si ottiene quindi il contributo annuo

$$(29) \quad W = \frac{R \ddot{a}_{x+n}^{[m]}}{\ddot{s}_{\overline{n}|}}$$

dove $\ddot{s}_{\bar{n}|}$ è il montante finanziario, all'epoca n , di una rendita certa temporanea (n anni) e anticipata, di rata unitaria.

E' interessante confrontare il principio di equilibrio individuale finanziario così definito con il principio di equilibrio individuale attuariale realizzato mediante la legge di tariffazione a premi annui costanti (esempio 3).

A parità di ogni altro elemento (età iniziale x , durata n anni, rata annua R della rendita, etc.) sussiste, all'epoca n , la relazione

$$(30) \quad W \ddot{s}_{\bar{n}|} = P^{[m]} {}_{/n}\ddot{s}_x^{[m]} = R \ddot{a}_{x+n}^{[m]},$$

dove ${}_{/n}\ddot{s}_x^{[m]}$ è il montante attuariale, all'epoca n , di una rendita vitalizia temporanea n anni ed anticipata, di rata unitaria, per un individuo di sesso maschile ed età iniziale x .

Poiché vale la

$$(31) \quad \ddot{s}_{\bar{n}|} < {}_{/n}\ddot{s}_x^{[m]},$$

si ha

$$(32) \quad W > P^{[m]}.$$

Il risultato così ottenuto esprime la maggiore onerosità, in termini di contributi a parità di prestazione, del principio di equilibrio individuale finanziario definito dalla (29) rispetto al principio di equilibrio individuale attuariale definito dalla (15). Esso rappresenta un caso particolare del risultato espresso, in condizioni generali, dalla (27).

3.5 Misure di solidarietà

In uno schema di previdenza complementare a prestazione definita l'adozione di un principio di equilibrio determina contributi che, a parità di prestazioni, differiscono da quelli ottenibili mediante l'impiego di un altro principio di equilibrio. Analogamente avviene, a ruoli invertiti tra contributi e prestazioni, in uno schema a contributo definito. Un interessante esempio è stato esaminato, nel paragrafo 3.4, confrontando il principio di equilibrio individuale finanziario e il principio di equilibrio individuale attuariale.

Si consideri ora il confronto tra il principio di equilibrio individuale attuariale e il principio di equilibrio collettivo. Si osserva che:

- a) l'adozione del principio di equilibrio individuale attuariale, riguardante una collettività di assicurati omogenei, determina un *effetto di mutualità* tra gli assicurati, il quale si

attua mediante un trasferimento di risorse finanziarie (provenienti dai contributi) tra gli assicurati in termini di flussi effettivi;

- b) l'adozione del principio di equilibrio collettivo, riguardante una collettività di assicurati eterogenei, determina un *effetto di solidarietà* tra gli assicurati, il quale si attua mediante un trasferimento di risorse finanziarie tra gli assicurati in termini di flussi attesi.

Il principio di equilibrio individuale finanziario, riguardante il singolo assicurato e limitato, sotto il profilo temporale, al periodo di attività dell'assicurato, non determina invece alcun tipo di trasferimento di risorse finanziarie tra gli aderenti al dato schema previdenziale.

L'effetto di mutualità (in breve, *mutualità*) concerne l'equilibrio "ex post" tra contributi e prestazioni, mentre l'effetto di solidarietà (in breve, *solidarietà*) riguarda l'equilibrio "ex ante" tra contributi e prestazioni. Tuttavia, l'adozione del principio di equilibrio collettivo non modifica in alcun modo la mutualità esistente all'interno dei sottoinsiemi di assicurati (omogenei) della collettività che risulterebbero gravati da un eguale livello di contribuzione in base al principio di equilibrio individuale attuariale.

In relazione a ciascun assicurato, la mutualità può pertanto essere quantificata solamente "ex post" (a seguito del decesso dell'assicurato), mentre la quantificazione della solidarietà è possibile "ex ante" (fin dal momento di ingresso dell'assicurato in attività).

Ai fini della *valutazione della solidarietà*, nell'ambito di uno schema previdenziale nel quale vige il principio di equilibrio collettivo, si può innanzitutto distinguere tra:

- a) *misure locali di solidarietà*;
- b) *misure globali di solidarietà*.

In relazione a un assicurato, le prime forniscono una quantificazione della solidarietà in un dato istante di valutazione (compreso nel periodo di attività), mentre le seconde forniscono una sintetica quantificazione della solidarietà con riferimento all'intero periodo di attività.

Per la definizione di una misura di solidarietà (locale o globale) generata dall'applicazione del principio di equilibrio collettivo (realizzato, ad esempio, mediante il sistema del premio medio generale) viene qui proposto di confrontare, per ciascun assicurato della collettività di riferimento, i contributi annui di equilibrio in questo modo determinati con i corrispondenti contributi annui di equilibrio calcolati in base al principio di equilibrio individuale attuariale (realizzato, ad esempio, mediante una particolare legge di tariffazione).

Si consideri pertanto uno schema di previdenza complementare a prestazione definita (ad esempio, definito a livello di azienda) e un assicurato di sesso maschile ed età x all'epoca 0 di ingresso in attività (coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale). Sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia; inoltre, siano:

- con riferimento all'equilibrio collettivo, $\alpha^{(\infty)(R)}$ l'aliquota di contribuzione ottenuta mediante l'adozione del sistema del premio medio generale;²³ indicata, altresì, con z_t la retribuzione percepita dall'assicurato nell'anno t , il contributo annuo di equilibrio è

$$\hat{c}_t = \alpha^{(\infty)(R)} z_t ;$$

- con riferimento all'equilibrio individuale attuariale, $\tilde{P}^{[m]}$ il contributo annuo di equilibrio ottenuto mediante l'adozione della legge di tariffazione a premi annui costanti per l'intera durata del differimento della rendita.

Si ricorda che l'aliquota di contribuzione $\alpha^{(\infty)(R)}$ è indifferenziata rispetto alle principali caratteristiche rilevanti ai fini della quantificazione del rischio assicurato (età di ingresso in attività, sesso, etc.), mentre il premio $\tilde{P}^{[m]}$ dipende da tali caratteristiche.

Il confronto tra i contributi (annui) \hat{c}_t e $\tilde{P}^{[m]}$ fornisce, all'inizio del t -esimo anno di attività dell'assicurato (quindi, del t -esimo anno della gestione previdenziale), una *misura locale di solidarietà*. In sintesi, all'epoca $t-1$ di valutazione, l'assicurato:

- riceve solidarietà, da altri assicurati della collettività, se è

$$\hat{c}_t < \tilde{P}^{[m]} ;$$

- offre solidarietà, ad altri assicurati della collettività, se è

$$\hat{c}_t > \tilde{P}^{[m]} .$$

Ai fini della definizione di una *misura globale di solidarietà* è opportuno calcolare il valore attuale atteso, all'epoca 0, dei contributi \hat{c}_t e $\tilde{P}^{[m]}$. In simboli, siano

$$(33) \quad \hat{C}[0, n] = \sum_{t=1}^n \hat{c}_t {}_{t-1}E_x^{[m]}$$

e

$$(34) \quad \tilde{C}[0, n] = \tilde{P}^{[m]} {}_{/n}\ddot{a}_x^{[m]} ,$$

rispettivamente, i valori attuali attesi, all'epoca 0, dei contributi \hat{c}_t e $\tilde{P}^{[m]}$.

Il confronto tra i valori attuali attesi $\hat{C}[0, n]$ e $\tilde{C}[0, n]$ fornisce, all'epoca 0 di ingresso in attività dell'assicurato, una misura globale di solidarietà. In sintesi, con riferimento all'intero periodo di attività, l'assicurato:

²³ In particolare, è assunto che la gestione previdenziale abbia durata illimitata e che le prestazioni consistano nel pagamento delle rate di pensione (vale a dire, il caso descritto nell'esempio 1).

- riceve solidarietà, da altri assicurati della collettività, se è

$$\hat{C}[0,n] < \tilde{C}[0,n] ;$$

- offre solidarietà, ad altri assicurati della collettività, se è

$$\hat{C}[0,n] > \tilde{C}[0,n] .$$

Per l'ottenimento di una misura di solidarietà (locale o globale) il confronto può ovviamente riguardare una qualsiasi legge di tariffazione (ad esempio, quella a premi unici ricorrenti). E' immediato rilevare come il risultato del confronto relativo alla misura globale di solidarietà rimanga immutato: infatti, il valore attuale atteso, all'epoca 0, dei contributi ottenuti in base a un principio di equilibrio individuale attuariale è indipendente dalla legge di tariffazione presa in considerazione.

Si osserva, infine, come un'elevata misura di solidarietà (in particolare, di tipo globale) sia giustificabile solamente nel caso di uno schema di previdenza complementare che preveda l'*adesione obbligatoria* da parte dei membri della collettività di riferimento.

3.6 Principi di equilibrio e gestione dei fondi pensione

Si è osservato in precedenza come i fondi pensione (autogestiti o assicurati) rappresentino la modalità operativa più interessante della previdenza complementare. Per quel che concerne le scelte operate dai fondi pensione nei riguardi del principio di equilibrio da adottare ai fini della gestione tecnica dei medesimi, si rileva che:

- a) nei fondi pensione autogestiti trovano applicazione tutti i principi di equilibrio descritti nei paragrafi 3.2 – 3.4;
- b) nei fondi pensione assicurati è di norma adottato un principio di equilibrio individuale, prevalentemente di tipo finanziario.²⁴

Si segnala inoltre che:

- l'applicazione a un fondo pensione del principio di equilibrio collettivo è generalmente realizzata mediante il sistema del premio medio generale;
- l'applicazione a un fondo pensione del principio di equilibrio individuale attuariale è frequentemente realizzata mediante la legge di tariffazione a premi annui costanti o la legge di tariffazione a premi unici ricorrenti.

Indipendentemente dal principio di equilibrio adottato, la formazione di una riserva costituisce una fondamentale caratteristica tecnica della previdenza complementare. La

²⁴ Costituiscono eccezione a tale proposito le assicurazioni collettive previdenziali, nelle quali è frequentemente adottato il principio di equilibrio individuale attuariale.

riserva, genericamente intesa come “risorsa da destinare al finanziamento delle prestazioni”, è propriamente:

- a) il montante finanziario dei contributi versati, nel caso operi (limitatamente al periodo di attività dell'assicurato) il principio di equilibrio individuale finanziario;
- b) la riserva matematica, nel caso operi il principio di equilibrio individuale attuariale;
- c) la riserva collettiva, nel caso operi il principio di equilibrio collettivo.²⁵

E' così evidente che, qualunque sia la scelta del legislatore in materia di soluzioni tecniche per la previdenza complementare, la gestione tecnica di un fondo pensione non potrà in alcun modo non considerare l'accantonamento di una riserva di natura attuariale, derivante dallo sfasamento temporale tra la corresponsione dei contributi e l'erogazione della corrispondente prestazione pensionistica; di conseguenza, la gestione tecnica di un fondo pensione non potrà comunque fare a meno della specifica competenza professionale dell'Attuario.

3.7 Riscatto e relative valutazioni attuariali

Un fondo pensione, caratterizzato da un modello di finanziamento delle prestazioni che prevede, per ciascun assicurato, la formazione di una riserva fin dall'inizio del periodo di attività, deve inoltre specificare l'insieme delle *norme* (anche note come *regole di “vesting”*) che disciplinano la destinazione della riserva nel caso di *interruzione del rapporto di lavoro per scelta del lavoratore* (nell'esempio di un fondo pensione definito a livello di azienda, le dimissioni o il licenziamento volontario del lavoratore dipendente dell'azienda).

Si consideri un assicurato, di sesso maschile, avente età x all'epoca 0 di ingresso in attività (coincidente con l'epoca di avvio della gestione previdenziale). Sia n l'epoca di ingresso in quiescenza e R la prefissata rata annua della rendita vitalizia. Si ipotizzi inoltre che all'epoca k (per semplicità, intera: $k=1,2,\dots,n-1$) l'assicurato interrompa anticipatamente il proprio rapporto di lavoro. In tali ipotesi il fondo pensione può stabilire che:

- a) la riserva accantonata all'epoca k sia riscossa, in misura parziale o totale, dall'assicurato (in tal caso si ha il *riscatto*, parziale o totale, della posizione previdenziale);
- b) la riserva accantonata all'epoca k sia utilizzata allo scopo di originare, all'epoca n , una rendita di rata inferiore a R (in tal caso si ha la *riduzione della prestazione*).

Per brevità, si esamina ora solamente il caso del riscatto totale della posizione previdenziale. Al di là delle restrizioni che possono essere introdotte a tale riguardo dal legislatore,²⁶ sotto il profilo tecnico si osserva sinteticamente che:

- nel caso sia adottato il principio di equilibrio individuale finanziario (quindi, in presenza di una capitalizzazione finanziaria dei contributi) o il principio di equilibrio individuale

²⁵ Per approfondimenti sulla riserva collettiva si vedano Coppini (1979) e Tomassetti (1986, 1996).

²⁶ In Italia, ad esempio, il riscatto totale può essere ottenuto dall'assicurato nel caso di cessazione dell'attività lavorativa che comporti l'inoccupazione per un periodo di tempo superiore a 48 mesi e nel caso di invalidità permanente che comporti la riduzione della capacità di lavoro a meno di un terzo.

attuariale (quindi, in presenza di una capitalizzazione individuale, di tipo attuariale, dei contributi) è immediatamente determinabile la riserva accantonata all'epoca k ;

- nel caso sia adottato il principio di equilibrio collettivo (quindi, in presenza di una capitalizzazione collettiva, di tipo attuariale, dei contributi) occorre definire un criterio per la determinazione della riserva accantonata all'epoca k , la quale è riferita al singolo assicurato ed è pertanto denominata *riserva individuale*.²⁷

Nel presente lavoro, per semplicità, si è ipotizzato che il finanziamento delle prestazioni sia interamente a carico degli assicurati. Se, come tradizionalmente avviene nella previdenza complementare definita a livello di azienda, l'onere relativo alla contribuzione grava in parte sugli assicurati (lavoratori dipendenti) e in parte sul datore di lavoro, si distinguono:

- a) fondi pensione che riconoscono all'assicurato, all'epoca k , la riserva accantonata che deriva dai contributi a suo carico;
- b) fondi pensione che riconoscono all'assicurato, all'epoca k , la riserva accantonata che deriva dai contributi a suo carico e, in misura parziale, la riserva accantonata che deriva dai contributi a carico del datore di lavoro;²⁸
- c) fondi pensione che riconoscono all'assicurato, all'epoca k , l'intera riserva accantonata.

Nei casi (a) e (b) occorre pertanto procedere, indipendentemente dal principio di equilibrio adottato, a una scomposizione della riserva accantonata all'epoca k , distinguendo la quota della riserva proveniente dai contributi dell'assicurato da quella proveniente dai contributi del datore di lavoro.

3.8 Analisi dei rischi relativi alla gestione dei fondi pensione

I rischi relativi alla gestione di uno schema di previdenza complementare che eroghi solamente prestazioni pensionistiche in caso di vita, in modo analogo a quanto avviene nella gestione di un portafoglio di assicurazioni sulla durata di vita (in particolare, di rendite vitalizie), possono essere così classificati:

- a) *rischio demografico*;
- b) *rischio finanziario*;
- c) *rischio di spese*;
- d) *rischio di comportamento*;
- e) *rischio economico*.

In uno schema previdenziale basato su un principio di equilibrio individuale (attuariale o finanziario) è di grande rilievo anche la *localizzazione temporale dei rischi* e occorre quindi distinguere, per ciascun assicurato, il periodo di attività dal periodo di quiescenza.

²⁷ A tale fine si possono impiegare i metodi di valutazione della riserva individuale adottati nella previdenza pubblica di base. Per approfondimenti si vedano Coppini (1979) e Tomassetti (1986, 1996).

²⁸ In tal caso la riserva derivante dai contributi del datore di lavoro è generalmente concessa all'assicurato in misura crescente con l'anzianità di assicurazione.

Indipendentemente dal principio di equilibrio adottato, è inoltre di interesse la *localizzazione dei rischi presso i diversi soggetti* che partecipano alla gestione previdenziale.

Di seguito vengono brevemente presentati, con riferimento a uno schema di previdenza complementare definito a livello di azienda, i principali rischi relativi alla gestione previdenziale ed è altresì fornita una sintetica descrizione della localizzazione dei rischi, su base temporale e presso i diversi soggetti.

Per quanto concerne il *rischio demografico*, generato dalle possibili durate aleatorie di vita degli assicurati, si hanno effetti negativi per il gestore allorché la mortalità effettiva degli assicurati risulta inferiore a quella attesa poiché si ha un insufficiente accantonamento di riserve da destinare agli assicurati superstiti. Il rischio è presente nel periodo di erogazione della rendita, mentre nel periodo di attività dell'assicurato il rischio è presente solo se si adotta il principio di equilibrio individuale attuariale (per la difficoltà nel finanziamento delle riserve relative agli assicurati in vita). In relazione ai soggetti, il rischio è localizzato presso il gestore e può essere da quest'ultimo trasferito (almeno in parte) a un assicuratore.

Per quanto concerne il *rischio finanziario* (o, anche, *rischio di investimento*), originato dai possibili accadimenti riguardanti il mercato nel quale vengono effettuati gli investimenti relativi ai contributi ed alle riserve, l'unico modello di finanziamento esente da tale rischio è il modello "pay as you go". Il rischio è localizzato lungo l'intera durata di vita dell'assicurato e, nel periodo di attività di quest'ultimo, il rischio è presente anche se si adotta il principio di equilibrio individuale finanziario. In relazione ai soggetti, il rischio è a carico:

- dell'assicurato, nell'ambito di uno schema a contributo definito senza garanzia di minimo;
- del gestore, sia nell'ambito di uno schema a contributo definito con garanzia di minimo sia nell'ambito di uno schema a prestazione definita allorché le integrazioni, eventualmente richieste in conseguenza di una diminuzione del tasso di rendimento, sono a carico del gestore.

Per quanto concerne il *rischio di spese*, causato dai possibili andamenti delle varie categorie di spese (spese di incasso contributi e spese generali di gestione) che gravano sulla gestione previdenziale, le problematiche risultano notevolmente differenziate a seconda della modalità attuativa dello schema di previdenza complementare. Infatti, mentre la considerazione delle spese e dei relativi caricamenti è estranea alla prassi dei fondi pensione autogestiti, specifici *caricamenti per spese* sono previsti nelle assicurazioni collettive (anche se l'entità delle spese è inferiore a quella prevista, a parità di ogni altra condizione, nell'ambito dell'assicurazione privata individuale).

Per quanto concerne il *rischio di comportamento*, determinato dalle possibili scelte operate dagli assicurati, ha notevole importanza l'*opzione capitale* che consente all'assicurato di ricevere, all'epoca *n* di ingresso in quiescenza, un importo eguale al capitale di copertura della rendita o a una parte del capitale (rimanendo la parte residua erogata sotto forma di rendita). Effetti negativi possono aversi, in particolare, per la presenza di *antiselezione* tra gli assicurati che esercitano tale opzione. Il rischio in esame, traducendosi in una mortalità

inferiore a quella attesa per i percettori delle rendite e manifestandosi al momento di ingresso in quiescenza dell'assicurato che esercita tale opzione, è ovviamente a carico del gestore.

Per quanto concerne infine il *rischio economico*, prodotto dall'evoluzione dello scenario economico nel quale si attua la dinamica dello schema di previdenza complementare, tra gli altri si segnalano:

- il rischio legato all'*andamento delle retribuzioni*;
- il rischio legato all'*andamento dell'inflazione*;
- il rischio legato all'*andamento della previdenza pubblica di base*.

Bibliografia

- Booth P., Chadburn R., Cooper D., Haberman S., James D. (1999):
Modern actuarial theory and practice, Chapman & Hall / CRC, London.
- Bowers N., Gerber H., Hickman J., Jones D., Nesbitt C. (1997):
Actuarial mathematics, The Society of Actuaries, Schaumburg, Illinois.
- Cesari R. (2007):
Tfr e fondi pensione, Il Mulino, Bologna.
- Coppini M.A. (1979):
Lezioni di tecnica delle assicurazioni sociali, Veschi, Roma.
- Coppini M.A., Micocci M. (2002):
Tecnica delle assicurazioni sociali, CISU, Roma.
- Grasso F. (2001):
Elementi di tecnica attuariale della previdenza pubblica di base, Università degli Studi di Firenze, Dipartimento di Matematica per le Decisioni, n. 14, Firenze.
- Pitacco E. (2000):
Matematica e tecnica attuariale delle assicurazioni sulla durata di vita, LINT, Trieste.
- Scimìa L. (2008):
La previdenza complementare in Italia, Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Economia, Firenze.
- Tomassetti A. (1986):
Lezioni di tecnica attuariale delle assicurazioni sociali, Veschi, Roma.
- Tomassetti A. (1996):
Tecnica attuariale per collettività, voll.1-2, Edizioni Kappa, Roma.
- Vallacqua F. (2008):
La previdenza complementare per i dipendenti privati e pubblici, EGEA, Milano.