
DIPARTIMENTO DI STATISTICA, PROBABILITÀ E STATISTICHE APPLICATE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"

Rapporti Tecnici

Aline PENNISI – Federica RICCA
Bruno SIMEONE

***“MALFUNZIONAMENTI DELL’ALLOCAZIONE BIPROZIONALE
DI SEGGI NELLA RIFORMA ELETTORALE ITALIANA”***

2005 – n.21



Malfunzionamenti dell'allocazione biproporzionale di seggi nella riforma elettorale italiana

Aline Pennisi, Federica Ricca, Bruno Simeone

Abstract

Nella legge elettorale italiana c'è una grave anomalia tecnica nel meccanismo di assegnazione dei seggi per la parte proporzionale. Per alcuni esiti delle votazioni la procedura indicata dalla norma può dare un risultato contraddittorio. Può infatti attribuire a una lista più (o meno) seggi di quelli che la lista ottiene per effetto di altre disposizioni della stessa legge. La riforma proposta dalla maggioranza ora all'esame del Senato non risolve il problema. Anzi le probabilità di errore aumentano perché le ripartizioni proporzionali sono ora due: tra liste o coalizioni di liste nelle circoscrizioni e, per ciascuna coalizione, tra i partiti che la compongono. Infine, la probabilità di errore aumenta anche perché la totalità dei seggi viene assegnata con ripartizione proporzionale.

L'anomalia tecnica che sussiste nel caso italiano è stata da noi già segnalata attraverso esempi di piccole dimensioni per facilitarne la comprensione. Tali esempi non sono tuttavia da considerarsi una curiosità matematica: il paradosso potrebbe realmente verificarsi. In questa breve nota si presentano esempi di risultati contraddittori nell'applicazione del metodo di ripartizione e assegnazione di seggi previsto dalla proposta di riforma elettorale a partire da una distribuzione di voti simile a quella espressa per la parte proporzionale nelle elezioni per la Camera del 2001. Inoltre il problema viene formalizzato matematicamente e vengono forniti alcuni risultati preliminari utili per caratterizzare tutti quei casi in cui si verificano le anomalie o per valutarne in qualche modo la probabilità di occorrenza. Entrambe le questioni sono molto interessanti dal punto di vista matematico perché di non facile soluzione.

Nel sistema elettorale vigente in Italia [1] esiste una grave anomalia tecnica nella norma di assegnazione dei seggi per la parte proporzionale. Tale anomalia, passata inosservata, a quanto pare, nel dibattito pubblico e politico, ha tuttavia conseguenze gravi e tali da chiamare in causa la stessa legittimità del sistema. Applicando la procedura stabilita dalla legge, può infatti accadere che si attribuiscono ad una lista più (o meno) seggi di quelli che la lista ottiene per effetto di altre disposizioni della stessa legge! In altre parole il metodo adottato contiene un "baco" e, pur se la legge viene eseguita in tutte le sue parti, potrebbe lasciare in sospeso una serie di contenziosi tra partiti sul numero di seggi che deve effettivamente essere assegnato a ciascuno.

Questo difetto tecnico continua a sussistere nella legge elettorale proposta dalla maggioranza e già approvata dalla Camera dei Deputati [2]. Anzi viene accentuata per due motivi. Innanzitutto, perché viene coinvolta la totalità dei seggi (mentre con il sistema misto adottato nelle scorse tre elezioni la parte proporzionale riguardava solo il 25% dei seggi). In secondo luogo, perché in presenza di coalizioni le ripartizioni proporzionali da effettuare sono due, una ripartizione tra singole liste o coalizioni di liste nelle circoscrizioni elettorali e, per ciascuna coalizione, una ripartizione dei seggi tra i partiti che la compongono.

Il “baco” sta nella procedura di ripartizione proporzionale dei seggi. In sostanza, la legge elettorale per la Camera dei Deputati sin qui in vigore e la proposta di riforma attualmente sul tavolo del Senato stabiliscono che, in una prima fase, i seggi siano preventivamente ripartiti sia tra le circoscrizioni (in base alla popolazione dell’ultimo censimento), sia tra le diverse liste a livello nazionale (in base al totale dei voti espressi per ciascuna lista), con formule proporzionali della classe del “quoziente con resti più alti”. La ripartizione dei seggi tra le liste a livello delle circoscrizioni regionali, attuata nella seconda fase, si trova pertanto vincolata da una parte dal numero di seggi in palio in ciascuna circoscrizione e, dall’altra, dal numero di seggi spettanti a ciascuna lista a livello nazionale.

Dal punto di vista matematico questo è un problema tutt’altro che banale: si tratta infatti di trovare una matrice a elementi interi (i seggi), le cui righe (che rappresentano circoscrizioni) e le cui colonne (che rappresentano singole liste o coalizioni) abbiano tutte somme prefissate, e che sia “la più proporzionale possibile” ad una matrice di voti data. Il problema è anche noto come “problema di *allocazione biproporzionale*” e ha un notevole interesse per le sue molteplici applicazioni, non solo in campo elettorale (vedi ad esempio [3], [4] e [7]).

Il “baco” nasce dal fatto che il legislatore vecchio e quello nuovo tentano di risolvere in modo troppo elementare questo problema che presenta invece, come abbiamo detto, aspetti matematici piuttosto complessi. La logica della procedura di ripartizione di entrambe le leggi è quella di considerare i quozienti naturali delle liste nelle circoscrizioni e arrotondarli o per difetto o per eccesso (nel caso che scatti il premio di maggioranza tali quozienti vanno modificati). Ebbene, si possono costruire esempi in cui, comunque si effettuino tali arrotondamenti, non si riesce mai a far tornare i conti di tutte le somme di riga e di colonna. In effetti, procedure corrette per risolvere il problema di allocazione biproporzionale sono disponibili, ma non a caso fanno uso di strumenti matematici ben più sofisticati [4].

Il fatto che la procedura di ripartizione dei seggi non sia corretta ha conseguenze sulla legittimità stessa del meccanismo. Un prerequisito di qualsiasi legge elettorale dovrebbe essere infatti la capacità, a fronte di qualsiasi esito delle votazioni, di ripartire i seggi. Ora, invece, siamo in una situazione in cui, in corrispondenza di possibili esiti delle votazioni, la legge elettorale “vecchia” – e anche quella “nuova” – non sono in grado di farlo. Difetti di questo tipo devono essere considerati altrettanto devastanti quanto eventuali incostituzionalità di alcuni articoli della legge stessa.

Al recente convegno internazionale “*Mathematics and Democracy: Voting Systems and Collective Choice*”, svoltosi ad Erice dal 18 al 23 Settembre 2005, il “baco” – come altre “cattive” pratiche elettorali – è stato presentato a studiosi di diverse discipline, riunitisi con il comune obiettivo di promuovere sistemi elettorali corretti, trasparenti, equi (in cui ogni voto conti). Il convegno si è concluso con una dichiarazione unanime dei partecipanti, che può leggersi sul sito web¹, relativa ai principi che dovrebbero muovere la scelta di un sistema elettorale. L’anomalia tecnica che sussiste nel caso italiano è stata da noi già segnalata ([8], [9], [10]). Gli esempi descritti in [8] e [9] sono di piccole dimensioni e semplici, per facilitarne la comprensione. Non sono tuttavia da considerarsi un artificio matematico: il paradosso potrebbe realmente verificarsi. Il nostro proposito in questa nota è dunque discutere alcuni esempi di risultati contraddittori *che potrebbero verosimilmente aver luogo* nell’applicazione della procedura di ripartizione e di assegnazione dei seggi stabilita nel Ddl Camera 2620 - *Modifiche alle norme per l’elezione della Camera dei deputati e del Senato della Repubblica* approvato il 13/10/2005 (detta, d’ora in poi, “proposta di riforma”). Si tratta di risultati paradossali, ma del tutto realistici poiché i dati degli esempi ricalcano le dimensioni effettive del problema e sono basati su una leggera “perturbazione” della distribuzione dei voti effettivamente espressi per la parte proporzionale nelle elezioni per la Camera del 2001.

¹ Il programma, le presentazioni e le conclusioni del convegno sono disponibili su <http://w3.uniroma1.it/mathdemocr>.

Sia chiaro che il paradosso insito nelle leggi elettorali italiane non è dovuto al fatto che il problema di ripartizione dei seggi tra liste e circoscrizioni, seppur complesso, non ha soluzione, ma dal fatto che il metodo di soluzione adottato è erraneo.

L'occhio di un matematico individua piuttosto facilmente il difetto delle procedure descritte nella normativa. In generale, il contributo della matematica nella valutazione e progettazione di un sistema elettorale è fondamentale, come dimostrato dai numerosi articoli scientifici pubblicati su argomenti che vanno dal disegno dei collegi elettorali alle formule di assegnazione proporzionale [6]. In vari altri paesi del mondo l'uso della matematica nei problemi elettorali viene abitualmente apprezzato nelle sedi giuridiche di competenza. In Italia l'approccio politico-istituzionale delle scienze sociali è invece largamente prevalente, mentre il contributo della matematica rimane in secondo piano.

Anche se le riflessioni che scaturiscono dallo studio delle procedure elettorali con strumenti quantitativi non risolvono in modo univoco il problema della progettazione e della scelta di una formula elettorale, esse costituiscono comunque una direzione di approfondimento e un elemento di supporto per comprendere meglio i meccanismi con cui i nostri voti sono trasformati in seggi, meccanismi che fanno sì che, pur essendo i partiti tutti uguali, talora "alcuni sono più uguali di altri".

1. L'anomalia dei partiti con seggi eccedenti

Nei paragrafi seguenti descriviamo due esempi in cui, durante l'applicazione della procedura di assegnazione dei seggi alle liste o coalizioni di liste indicata nella proposta di riforma, si cade nella seguente contraddizione: **la somma dei seggi assegnati ad una lista (o coalizione di liste) in tutte le circoscrizioni è superiore al numero di seggi assegnati alla stessa lista nel computo a livello nazionale e non è previsto nessun meccanismo per riparare la situazione.** Quando questo tipo di paradosso accade non solo c'è un partito eccedente in seggi, ma dato il vincolo sul numero di seggi complessivi alla Camera, esiste almeno un altro partito con meno seggi a livello circoscrizionale che a livello nazionale. E se la legge non è in grado di riparare questo difetto, come si deciderà quanti seggi assegnare alla fine all'uno e all'altro partito?

Nel primo esempio si considera il caso in cui ogni lista si presenta da sola (non ci sono coalizioni); nel secondo esempio si considera il caso di due coalizioni (ciascuna formata da due liste) e altre quattro liste che, invece, si presentano da sole.

1.1 Il caso senza coalizioni

In questo esempio si considerano solo liste singole (e non coalizioni di liste), tutte con una percentuale di voti superiore al 4% del totale. Le liste prese in considerazione hanno un profilo di voti che, a livello nazionale, presenta uno scarto massimo (in valore assoluto) di 4.5 punti rispetto alla percentuale di voti ottenuti nel 2001.

Tabella 1.1a - Numero di voti espressi per lista e per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Legga Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma dei voti	Seggi spettanti alla circoscrizione
Piemonte 1	400783	96054	73072	249544	237700	30383	1087536	24
Piemonte 2	285589	124753	194327	180623	132317	33655	951264	22
Lombardia 1	761543	249386	160114	321368	396133	48568	1937112	40
Lombardia 2	636642	192461	410789	192385	357854	97506	1887637	43
Lombardia 3	186671	78789	127148	170008	79445	1607	643668	15
Trentino-Alto Adige	82778	55049	0	51517	67413	36885	293642	10
Veneto 1	329782	158402	169965	177987	251340	8289	1095765	29
Veneto 2	317041	89550	143286	131320	180218	44223	905638	20
Friuli-Venezia Giulia	186371	96356	67321	66763	146959	1847	565617	13
Liguria	280399	84842	77958	249392	123161	43594	859346	17
Emilia-Romagna	641699	307914	0	839563	469029	266707	2524912	43
Toscana	508202	350951	0	774294	360079	219358	2212884	38
Umbria	134556	134860	0	183441	113560	83630	650047	9
Marche	244594	179000	0	252977	183337	95155	955063	16
Lazio 1	564330	559634	0	473675	491237	173156	2262032	40
Lazio 2	307780	200949	0	183038	126949	84146	902862	15
Abruzzi	239180	157899	0	179005	131944	84537	792565	14
Molise	71393	59449	0	71950	59301	48741	310834	3
Campania 1	567890	239670	0	312391	197204	129222	1446377	33
Campania 2	463265	250225	0	212514	261133	101904	1289041	29
Puglia	681996	397202	0	341107	415243	150335	1985883	44
Basilicata	103244	72139	0	100214	101297	56334	433228	6
Calabria	270118	195793	0	223719	150159	97080	936869	22
Sicilia 1	478296	150643	0	190233	188381	88548	1096101	26
Sicilia 2	504881	221958	0	171734	271583	82452	1252608	28
Sardegna	301315	153912	0	209921	166320	126415	957883	18
TOTALE (*)	9550338	4857840	1423980	6510683	5659296	2234277	30236414	617

(*) detto "cifra elettorale nazionale"

Tabella 1.1b – Differenza tra i voti dell'esempio e quelli delle elezioni Camera 2001

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista
Piemonte 1	-57717	-37913	9642	-14763	-15158	-81934
Piemonte 2	-174426	-6381	87639	-11238	-49768	-24300
Lombardia 1	-99331	-755	-31746	-18437	-16261	-92928
Lombardia 2	-184929	-9844	-67861	-11840	-63303	-11136
Lombardia 3	-133003	-4030	44210	-9695	-20729	-57131
Trentino-Alto Adige	-18039	-2816	-22261	-2635	-3448	20374
Veneto 1	-289536	-8102	-8754	-11104	-15855	-55364
Veneto 2	-48066	-4580	6868	-8717	-12218	-11459
Friuli-Venezia Giulia	-39991	-4929	1002	-5415	-28386	-34671
Liguria	-43839	-18340	34686	-14756	-9300	-21904
Emilia-Romagna	-47523	28001	-75578	811	19761	105687
Toscana	-32121	25800	-14229	4149	25334	46760
Umbria	10987	36852	0	34368	37942	39472
Marche	-1708	34595	0	30811	34373	38883
Lazio 1	-38597	15127	-2960	19524	18625	37854
Lazio 2	-9000	33472	0	34388	37257	39446
Abruzzi	-1092	35674	0	34594	37001	39426
Molise	18273	40709	0	40070	40717	41257
Campania 1	-39008	31492	0	27772	33664	37141
Campania 2	-26938	30952	0	32881	30394	38538
Puglia	-52173	23435	0	26304	22512	36061
Basilicata	14598	40060	0	38624	38569	40868
Calabria	-4654	33736	0	32307	36070	38784
Sicilia 1	-28672	36045	0	34020	34115	39221
Sicilia 2	-31739	32398	0	34966	29860	39533
Sardegna	-3553	16878	0	47213	30343	78812
TOTALE	-1361797	397536	-39342	364202	272111	367290

Fase (A) – Assegnazione dei seggi in base alla cifra elettorale nazionale

Dopo aver effettuato i computi concernenti gli sbarramenti (qui per semplicità si ipotizza che nella Tabella 1.1a siano presentati solo i voti dei partiti che abbiano superato la soglia di sbarramento), la procedura descritta nel testo della proposta di riforma procede alla ripartizione dei seggi a livello nazionale, dividendo il totale di voti di ogni lista per la parte intera del rapporto tra totale dei voti validi e numero totale di seggi da attribuire (617). Il quoziente così ottenuto è riportato nella prima riga della Tabella 1.2a. La parte intera di tale quoziente rappresenta il numero dei seggi da assegnare a ciascuna coalizione di liste o singola lista. I seggi che rimangono ancora da attribuire sono rispettivamente assegnati alle singole liste per le quali queste ultime divisioni hanno dato i maggiori resti.

Tabella 1.2a - Assegnazione dei seggi a livello nazionale

	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma
cifra nazionale / quoz. nazionale	194.88285	99.12840	29.05754	132.85608	115.48280	45.59234	617
Parte intera del quoziente	194	99	29	132	115	45	614
Seggi assegnati per resti più alti	1	-	-	1	-	1	3
Seggi nazionali per lista	195	99	29	133	115	46	617

Si verifica poi se la lista che ha ottenuto il maggior numero di voti validi espressi abbia conseguito almeno 340 seggi. Questo non è il caso di questo esempio perché qui la lista con il maggior numero di voti ha ottenuto 195 seggi. Qualora la lista che ha ottenuto il maggior numero di voti validi (detta “lista di maggioranza”) non abbia già conseguito almeno 340 seggi, ad essa viene ulteriormente attribuito il numero di seggi necessario per raggiungere tale consistenza. Si calcolano allora il *quoziente elettorale nazionale di maggioranza* (dato dal totale dei voti ottenuti dalla lista di maggioranza diviso 340, tralasciando eventuali decimali) e il *quoziente elettorale di minoranza* (dato dal totale dei voti ottenuti dalle altre liste diviso 277, tralasciando eventuali decimali). Questi due numeri rappresentano in sostanza il costo, in termini di voti, per acquisire un seggio da parte della lista di maggioranza e da parte delle altre liste. Tipicamente, in un sistema elettorale di tipo proporzionale il costo di un seggio a livello nazionale è lo stesso per tutti i partiti, ma qui, con l’introduzione di un grosso premio di maggioranza, tale costo risulta molto inferiore per la lista di maggioranza rispetto a quello per le liste di minoranza. Facendo riferimento a questo esempio la differenza di costo è di circa 2.7 volte (circa 28 mila voti per la maggioranza contro quasi 75 mila per i partiti di minoranza).

La ripartizione dei 277 seggi restanti tra le liste di minoranza avviene sempre con il metodo del quoziente con più alti resti, ma facendo riferimento al quoziente elettorale nazionale di minoranza. Il risultato di questa ripartizione a livello nazionale è quello indicato nella Tabella 1.2b.

Tabella 1.2b – Seggi assegnati a livello nazionale tenuto conto del premio di maggioranza

	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma
cifra nazionale/ quoziente di maggioranza (minoranza)	340.0000	65.0505	19.0683	87.1834	75.7826	29.9188	617
Parte intera del quoziente	340	65	19	87	75	29	615
Seggi assegnati per resti più alti		-	-	-	1	1	2
Seggi nazionali per lista	340	65	19	87	76	30	617

Fase (B) – Distribuzione nelle singole circoscrizioni dei seggi assegnati alle varie liste

Per distribuire i seggi alle liste nelle circoscrizioni elettorali si divide il totale delle cifre elettorali circoscrizionali per il quoziente elettorale di maggioranza, nel caso della lista di maggioranza, e per il quoziente elettorale di minoranza, per tutte le altre liste, ottenendo così *l'indice relativo ai seggi da attribuire nella circoscrizione a ciascuna lista*. Quindi, in ogni circoscrizione, per ogni lista si moltiplica il suo indice per il numero dei seggi assegnati alla circoscrizione e si divide il prodotto per la somma di tutti gli indici. Nel nostro esempio si ottengono così i valori della Tabella 1.3.

In questo esempio si ha un quoziente di maggioranza pari a 28089, mentre il quoziente di minoranza è pari a 74678.

Tabella 1.3 - Quoziente di seggi da attribuire a ciascuna lista per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista
Piemonte 1	14.59394	1.31560	1.00082	3.41786	3.25564	0.41614
Piemonte 2	11.72254	1.92608	3.00025	2.78867	2.04286	0.51960
Lombardia 1	25.30641	3.11711	2.00129	4.01682	4.95132	0.60706
Lombardia 2	24.72542	2.81148	6.00082	2.81037	5.22755	1.42437
Lombardia 3	7.80912	1.23975	2.00068	2.67509	1.25007	0.02529
Trentino-Alto Adige	5.10687	1.27742	0	1.19546	1.56433	0.85592
Veneto 1	15.47784	2.79632	3.00045	3.14207	4.43699	0.14633
Veneto 2	11.77644	1.25114	2.00192	1.83473	2.51791	0.61786
Friuli-Venezia Giulia	7.36379	1.43201	1.00050	0.99221	2.18405	0.02745
Liguria	9.56876	1.08901	1.00065	3.20114	1.58087	0.55956
Emilia-Romagna	20.43868	3.68888	0	10.05816	5.61907	3.19521
Toscana	16.80164	4.36421	0	9.62864	4.47772	2.72780
Umbria	3.68703	1.38995	0	1.89066	1.17042	0.86194
Marche	7.64616	2.10472	0	2.97456	2.15571	1.11885
Lazio 1	18.76573	6.99971	0	5.92456	6.14422	2.16578
Lazio 2	8.68436	2.13268	0	1.94259	1.34732	0.89305
Abruzzi	7.48561	1.85877	0	2.10723	1.55323	0.99516
Molise	1.32655	0.41549	0	0.50286	0.41445	0.34065
Campania 1	20.86158	3.31162	0	4.31643	2.72485	1.78551
Campania 2	17.36043	3.52700	0	2.99545	3.68075	1.43637
Puglia	25.59448	5.60686	0	4.81503	5.86152	2.12211
Basilicata	2.72457	0.71605	0	0.99473	1.00548	0.55917
Calabria	11.40819	3.11031	0	3.55394	2.38538	1.54218
Sicilia 1	17.49845	2.07298	0	2.61778	2.59229	1.21850
Sicilia 2	17.98267	2.97358	0	2.30073	3.63841	1.10461
Sardegna	9.89228	1.90060	0	2.59224	2.05383	1.56105

La parte intera dei quozienti di attribuzione così ottenuti rappresenta il numero dei seggi da attribuire a ciascuna lista nella circoscrizione.

Tabella 1.4 – Assegnazione della parte intera dei quozienti di attribuzione

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma
Piemonte 1	14	1	1	3	3	-	22
Piemonte 2	11	1	3	2	2	-	19
Lombardia 1	25	3	2	4	4	-	38
Lombardia 2	24	2	6	2	5	1	40
Lombardia 3	7	1	2	2	1	-	13
Trentino-Alto Adige	5	1	-	1	1	-	8
Veneto 1	15	2	3	3	4	-	27
Veneto 2	11	1	2	1	2	-	17
Friuli-Venezia Giulia	7	1	1	-	2	-	11
Liguria	9	1	1	3	1	-	15
Emilia-Romagna	20	3	-	10	5	3	41
Toscana	16	4	-	9	4	2	35
Umbria	3	1	-	1	1	-	6
Marche	7	2	-	2	2	1	14
Lazio 1	18	6	-	5	6	2	37
Lazio 2	8	2	-	1	1	-	12
Abruzzi	7	1	-	2	1	-	11
Molise	1	-	-	-	-	-	1
Campania 1	20	3	-	4	2	1	30
Campania 2	17	3	-	2	3	1	26
Puglia	25	5	-	4	5	2	41
Basilicata	2	-	-	-	1	-	3
Calabria	11	3	-	3	2	1	20
Sicilia 1	17	2	-	2	2	1	24
Sicilia 2	17	2	-	2	3	1	25
Sardegna	9	1	-	2	2	1	15
TOTALE	326	52	21	70	65	17	551
Seggi nazionali per lista	340	65	19	87	76	30	617

Come si evince dalla Tabella 1.4, nell'esempio proposto già allo stadio di assegnazione delle sole parti intere dei quozienti di attribuzione di seggi alle liste nelle circoscrizioni, c'è un problema perché alla Lega Nord vengono assegnati nelle circoscrizioni complessivamente più seggi di quelli che ha conseguito a livello nazionale.

Ad ogni modo, continuando a seguire la procedura della normativa, a questo punto i seggi che rimangono ancora da attribuire ($66=617-551$) sono assegnati alle liste per le quali le parti decimali dei quozienti di attribuzione siano maggiori (*"i più alti resti"*). Nella Tabella 1.5 sono evidenziati in grassetto i casi in cui una lista abbia ricevuto in una circoscrizione un seggio per effetto dell'assegnazione tramite più alti resti.

Tabella 1.5 – Seggi assegnati alle liste nelle circoscrizioni dopo il computo dei più alti resti

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma
Piemonte 1	15	1	1	4	3	0	24
Piemonte 2	12	2	3	3	2	0	22
Lombardia 1	25	3	2	4	5	1	40
Lombardia 2	25	3	6	3	5	1	43
Lombardia 3	8	1	2	3	1	0	15
Trentino-Alto Adige	5	1	0	1	2	1	10
Veneto 1	16	3	3	3	4	0	29
Veneto 2	12	1	2	2	2	1	20
Friuli-Venezia Giulia	7	2	1	1	2	0	13
Liguria	10	1	1	3	2	0	17
Emilia-Romagna	20	4	0	10	6	3	43
Toscana	17	4	0	10	4	3	38
Umbria	4	1	0	2	1	1	9
Marche	8	2	0	3	2	1	16
Lazio 1	19	7	0	6	6	2	40
Lazio 2	9	2	0	2	1	1	15
Abruzzi	7	2	0	2	2	1	14
Molise	1	1	0	1	0	0	3
Campania 1	21	3	0	4	3	2	33
Campania 2	17	0	0	3	4	1	29
Puglia	25	6	0	5	6	2	44
Basilicata	3	1	0	1	1	0	6
Calabria	11	3	0	4	2	2	22
Sicilia 1	17	2	0	3	3	1	26
Sicilia 2	18	3	0	2	4	1	28
Sardegna	10	2	0	3	2	1	18
TOTALE	342	65	21	88	75	26	617
Seggi nazionali per lista	340	65	19	87	76	30	617
Seggi eccedenti o mancanti	+2	0	+2	+1	-1	-4	

Successivamente l'Ufficio accerta se il numero dei seggi assegnati in tutte le circoscrizioni a ciascuna lista corrisponde al numero dei seggi determinato sulla base dei totali nazionali. In caso negativo, procede alle seguenti operazioni (iniziando dalla lista che abbia il maggior numero di seggi eccedenti, proseguendo poi con le altre liste in ordine decrescente rispetto all'ammontare dei seggi eccedenti):

- sottrae i seggi in più alla lista con seggi eccedenti in quelle circoscrizioni nelle quali essa li ha ottenuti con le parti decimali dei quozienti di attribuzione, secondo il loro ordine

- crescente (ossia in base ai resti più piccoli) e nelle quali inoltre le liste, che non abbiano ottenuto il numero di seggi spettanti, abbiano parti decimali dei quozienti non utilizzate;
- assegna i seggi alle liste con parti decimali dei quozienti non utilizzate. Qualora nella medesima circoscrizione due o più liste abbiano le parti decimali dei quozienti non utilizzate, il seggio è attribuito alla lista con la più alta parte decimale del quoziente non utilizzata.

Sempre nella Tabella 1.5 è soprassegnato il numero di seggi delle liste con seggi eccedenti nelle circoscrizioni in cui abbiano ottenuto tali seggi con i resti, ma a fronte delle parti decimali più piccole. Viene invece sottosegnato il numero di seggi, nelle stesse circoscrizioni, delle liste con la parte decimale più grande tra quelle con seggi mancanti e che non hanno ancora utilizzato i propri resti. Il risultato delle operazioni di trasferimento è dato nella Tabella 1.6.

Tabella 1.6 - Assegnazione dei seggi dopo i trasferimenti tra partiti con seggi eccedenti e mancanti

Circoscrizioni	Forza Italia	Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS	Margherita	Rifondazione Comunista	Somma
Piemonte 1	15	1	1	3	3	1	24
Piemonte 2	12	2	3	3	2	0	22
Lombardia 1	25	3	2	4	5	1	40
Lombardia 2	25	3	6	3	5	1	43
Lombardia 3	8	1	2	3	1	0	15
Trentino-Alto Adige	5	1	0	1	2	1	10
Veneto 1	15	3	3	3	5	0	29
Veneto 2	12	1	2	2	2	1	20
Friuli-Venezia Giulia	7	2	1	1	2	0	13
Liguria	9	1	1	3	2	1	17
Emilia-Romagna	20	4	0	10	6	3	43
Toscana	17	4	0	10	4	3	38
Umbria	4	1	0	2	1	1	9
Marche	8	2	0	3	2	1	16
Lazio 1	19	7	0	6	6	2	40
Lazio 2	9	2	0	2	1	1	15
Abruzzi	7	2	0	2	2	1	14
Molise	1	1	0	1	0	0	3
Campania 1	21	3	0	4	3	2	33
Campania 2	17	4	0	3	4	1	29
Puglia	25	6	0	5	6	2	44
Basilicata	3	1	0	1	1	0	6
Calabria	11	3	0	4	2	2	22
Sicilia 1	17	2	0	3	3	1	26
Sicilia 2	18	3	0	2	4	1	28
Sardegna	10	2	0	3	2	1	18
TOTALE	340	65	21	87	76	28	617
Seggi nazionali per lista	340	65	19	87	76	30	617
Seggi eccedenti o mancanti	0	0	+2	0	0	-2	

A questo punto rimangono ancora alcuni seggi eccedenti (due alla Lega Nord) e mancanti (due a Rifondazione Comunista), ma la procedura indicata nella normativa non propone alcuna soluzione per questo caso. Infatti la proposta di legge asserisce che, nel caso in cui non sia possibile far riferimento alla medesima circoscrizione ai fini del completamento delle operazioni precedenti, fino a concorrenza dei seggi ancora da cedere, alla lista eccedentaria vengono sottratti i seggi in quelle circoscrizioni nelle quali li ha ottenuti con le minori parti decimali del quoziente di attribuzione e alla coalizione di lista o lista singola deficitaria sono conseguentemente attribuiti seggi in quelle altre circoscrizioni nelle quali abbiano le maggiori parti decimali del quoziente di attribuzione non utilizzate. Non considera mai invece la possibilità che l'eccedenza di seggi derivi non già dall'assegnazione per resti, ma dalla semplice attribuzione delle parti intere, come era possibile notare già a partire dalla Tabella 1.4.

1.2 Il caso con coalizioni

In maniera del tutto analoga a quanto fatto nell'esempio del paragrafo precedente, è possibile produrre un esempio in cui si considera la possibilità che Forza Italia e Alleanza Nazionale si presentino alle elezioni come coalizione unica e lo stesso accada per Democratici di Sinistra e Margherita. Anche in questo esempio si considerano le liste o coalizioni di liste con una percentuale di voti superiore al 4% del totale. Le liste e coalizioni di liste prese in considerazione presentano un profilo di voti che, a livello nazionale, presenta uno scarto massimo (in valore assoluto) di 6.1 punti rispetto alla percentuale di voti ottenuti nel 2001. Questo scarto massimo è conseguito in corrispondenza della coalizione Forza Italia Lega Nord, mentre per tutte le altre liste e coalizioni di liste si ha al massimo uno scarto del 3.5%.

In questo esempio ci fermiamo al calcolo dei seggi da assegnare a ciascuna coalizione, senza entrare nel dettaglio della successiva ripartizione dei seggi di ciascuna coalizione tra i partiti della stessa. In relazione ai dati di questo nuovo esempio le Tabelle 2.1–2.6 presentano gli stessi conteggi effettuati per l'esempio precedente nelle Tabelle 1.1–1.6.

Per semplicità, in questo paragrafo chiamiamo “lista” sia una lista vera e propria, sia una coalizione di liste.

Tabella 2.1a - Numero di voti espressi per lista e per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma dei voti	Seggi spettanti alla circo- scrizione
Piemonte 1	460940	72432	449257	28188	22711	57.680	1091208	24
Piemonte 2	380694	184926	287547	31224	31913	51.185	967489	22
Lombardia 1	937888	153185	662877	45059	42067	89.878	1930954	40
Lombardia 2	769199	385748	507700	90461	54876	98.546	1906530	43
Lombardia 3	246280	122601	228647	1491	20283	36.190	655492	15
Trentino-Alto Adige	127869	0	193835	34220	65566	34.013	455503	10
Veneto 1	452912	162324	395525	7691	54975	77.806	1151233	29
Veneto 2	377214	137573	286246	41028	31323	54.813	928197	20
Friuli-Venezia Giulia	262300	67096	195497	1714	15890	30.984	573481	13
Liguria	338852	76965	342853	40445	19942	37.042	856099	17
Emilia- Romagna	881002	0	1297541	247437	105838	105.913	2637731	43
Toscana	797078	0	1135910	203509	96937	68.707	2302141	38
Umbria	249951	0	359040	77588	57644	25.395	769618	9
Marche	392989	0	488287	88280	83500	45.077	1098133	16
Lazio 1	1042756	0	978693	160646	92096	69.052	2343243	40
Lazio 2	471973	0	371088	78067	84181	43.162	1048471	15
Abruzzi	368390	0	371980	78430	86403	58.944	964147	14
Molise	121389	0	205266	45220	55787	37.031	464693	3
Campania 1	749213	0	556274	119886	90735	70.176	1586284	33
Campania 2	661939	0	522923	94542	97416	67.683	1444503	29
Puglia	1001224	0	785200	139473	133669	126.535	2186101	44
Basilicata	162712	0	270449	52264	44532	27.938	557895	6
Calabria	432248	0	430362	90066	98551	46.440	1097667	22
Sicilia 1	583497	0	434756	82151	148146	56.750	1305300	26
Sicilia 2	674324	0	494784	76495	133503	68.573	1447679	28
Sardegna	422336	0	432555	117282	87521	42.105	1101799	18
TOTALE	13367169	1362850	12685092	2072857	1856005	1527618	32871591	617

Tabella 2.1b – Differenza tra i voti dell'esempio e quelli delle elezioni Camera 2001

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro
Piemonte 1	-131527	9002	-67908	-84129	-3768	-4491
Piemonte 2	-210455	78238	-86399	-26731	-4485	-3986
Lombardia 1	-173127	-38675	-89322	-96437	-5276	-6999
Lombardia 2	-254677	-92902	-117682	-18181	-6273	-7674
Lombardia 3	-156213	39663	-51230	-57247	-3579	-2818
Trentino-Alto Adige	-30813	-22261	68822	17709	52894	9352
Veneto 1	-332910	-16395	-60761	-55962	-6281	-6059
Veneto 2	-82023	1155	-46227	-14654	-4439	-4268
Friuli-Venezia Giulia	-65347	777	-52026	-34804	-3237	-2412
Liguria	-88568	33693	-53756	-25053	-3553	-2884
Emilia- Romagna	-88133	-75578	9521	86417	39758	3752
Toscana	-68396	-14229	31020	30911	40451	6650
Umbria	28374	0	134349	33430	43511	10023
Marche	2282	0	117157	32008	41498	8490
Lazio 1	-104678	-2960	51930	25344	40828	6623
Lazio 2	-12284	0	132746	33367	41445	8639
Abruzzi	5893	0	132626	33319	41272	7410
Molise	49529	0	154802	37736	43656	9117
Campania 1	-65863	0	108115	27805	40934	6535
Campania 2	-47537	0	112551	31176	40414	6729
Puglia	-106712	0	77666	25199	37590	2146
Basilicata	41987	0	146131	36798	44532	9825
Calabria	-4581	0	124861	31770	40326	8384
Sicilia 1	-38069	0	124277	32824	36463	7581
Sicilia 2	-51856	0	116293	33576	37604	6660
Sardegna	-19566	0	133870	69679	41185	8721
TOTALE	-2005270	-100472	1151426	205870	663470	85046

Tabella 2.2a - Assegnazione dei seggi a livello nazionale

	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
cifra nazionale / quoz. nazionale	250.90186	25.58070	238.09927	38.90754	34.83723	28.67340	617
Parte intera del quoziente	250	25	238	38	34	28	613
Seggi assegnati per resti più alti	1	-	-	1	1	1	4
Seggi nazionali per lista	251	25	238	39	35	29	617

Tabella 2.2b – Seggi assegnati a livello nazionale tenuto conto del premio di maggioranza

	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
cifra nazionale/ quoziente di maggioranza (minoranza)	340.0000	19.3551	180.1527	29.4386	26.3588	21.6951	617
Parte intera del quoziente	340	19	180	29	26	21	615
Seggi assegnati per resti più alti		-	-	1	-	1	2
Seggi nazionali per lista	340	19	180	30	26	22	617

Tabella 2.3 - Quoziente di seggi da attribuire a ciascuna lista per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro
Piemonte 1	13.60961	1.19409	7.40630	0.46470	0.37441	0.95089
Piemonte 2	11.82396	3.20694	4.98656	0.54148	0.55343	0.88764
Lombardia 1	25.13830	2.29249	9.92027	0.67433	0.62955	1.34507
Lombardia 2	23.55429	6.59539	8.68048	1.54667	0.93825	1.68491
Lombardia 3	7.78115	2.16279	4.03353	0.02630	0.35781	0.63842
Trentino-Alto Adige	4.11415	0	3.48219	0.61475	1.17787	0.61103
Veneto 1	15.58396	3.11855	7.59877	0.14776	1.05617	1.49480
Veneto 2	11.01589	2.24321	4.66742	0.66899	0.51074	0.89376
Friuli-Venezia Giulia	7.82002	1.11689	3.25428	0.02853	0.26451	0.51577
Liguria	9.17777	1.16393	5.18490	0.61164	0.30158	0.56018
Emilia- Romagna	20.34680	0	16.73192	3.19072	1.36479	1.36576
Toscana	18.49789	0	14.71875	2.63700	1.25608	0.89028
Umbria	4.16503	0	3.34050	0.72188	0.53632	0.23627
Marche	7.99261	0	5.54483	1.00248	0.94820	0.51188
Lazio 1	23.58001	0	12.35701	2.02832	1.16281	0.87185
Lazio 2	8.91794	0	3.91498	0.82361	0.88811	0.45536
Abruzzi	7.35697	0	4.14779	0.87454	0.96344	0.65726
Molise	1.16320	0	1.09824	0.24194	0.29848	0.19813
Campania 1	20.32239	0	8.42488	1.81570	1.37420	1.06283
Campania 2	17.46887	0	7.70531	1.39308	1.43543	0.99731
Puglia	26.49380	0	11.60109	2.06067	1.97492	1.86952
Basilicata	2.54661	0	2.36338	0.45672	0.38915	0.24414
Calabria	11.83086	0	6.57692	1.37642	1.50609	0.70971
Sicilia 1	15.37830	0	6.39765	1.20889	2.18004	0.83511
Sicilia 2	17.06955	0	6.99318	1.08117	1.88690	0.96920
Sardegna	9.48225	0	5.42251	1.47025	1.09716	0.52783

Tabella 2.4 – Assegnazione della parte intera dei quozienti di attribuzione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
Piemonte 1	13	1	7	0	0	0	21
Piemonte 2	11	3	4	0	0	0	18
Lombardia 1	25	2	9	0	0	1	37
Lombardia 2	23	6	8	1	0	1	39
Lombardia 3	7	2	4	0	0	0	13
Trentino-Alto Adige	4	0	3	0	1	0	8
Veneto 1	15	3	7	0	1	1	27
Veneto 2	11	2	4	0	0	0	17
Friuli-Venezia Giulia	7	1	3	0	0	0	11
Liguria	9	1	5	0	0	0	15
Emilia- Romagna	20	0	16	3	1	1	41
Toscana	18	0	14	2	1	0	35
Umbria	4	0	3	0	0	0	7
Marche	7	0	5	1	0	0	13
Lazio 1	23	0	12	2	1	0	38
Lazio 2	8	0	3	0	0	0	11
Abruzzi	7	0	4	0	0	0	11
Molise	1	0	1	0	0	0	2
Campania 1	20	0	8	1	1	1	31
Campania 2	17	0	7	1	1	0	26
Puglia	26	0	11	2	1	1	41
Basilicata	2	0	2	0	0	0	4
Calabria	11	0	6	1	1	0	19
Sicilia 1	15	0	6	1	2	0	24
Sicilia 2	17	0	6	1	1	0	25
Sardegna	9	0	5	1	1	0	16
TOTALE	330	21	163	17	13	6	550
Seggi nazionali per lista	340	19	180	30	26	22	617

In questo esempio si ha un quoziente di maggioranza pari a 39315, mentre il quoziente di minoranza è pari a 70413.

Tabella 2.5 – Seggi assegnati alle liste nelle circoscrizioni dopo il computo dei più alti resti

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazio ne Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
Piemonte 1	14	1	7	1	0	1	24
Piemonte 2	12	3	5	0	1	1	22
Lombardia 1	25	2	10	1	1	1	40
Lombardia 2	23	7	9	1	1	2	43
Lombardia 3	8	2	4	0	0	1	15
Trentino-Alto Adige	4	0	3	1	1	1	10
Veneto 1	16	3	8	0	1	1	29
Veneto 2	11	2	5	1	0	1	20
Friuli-Venezia Giulia	8	1	3	0	0	1	13
Liguria	9	1	5	1	0	1	17
Emilia- Romagna	20	0	17	3	1	2	43
Toscana	18	0	15	3	1	1	38
Umbria	4	0	3	1	1	0	9
Marche	8	0	6	1	1	0	16
Lazio 1	24	0	12	2	1	1	40
Lazio 2	9	0	4	1	1	0	15
Abruzzi	7	0	4	1	1	1	14
Molise	1	0	1	0	1	0	3
Campania 1	20	0	9	2	1	1	33
Campania 2	18	0	8	1	1	1	29
Puglia	26	0	12	2	2	2	44
Basilicata	3	0	2	1	0	0	6
Calabria	12	0	7	1	1	1	22
Sicilia 1	15	0	7	1	2	1	26
Sicilia 2	17	0	7	1	2	1	28
Sardegna	10	0	5	1	1	1	18
TOTALE	342	22	178	28	23	24	617
Seggi nazionali per lista	340	19	180	30	26	22	617
Seggi eccedenti o mancanti	+2	+3	-2	-2	-3	+2	

Tabella 2.6 - Assegnazione dei seggi dopo i trasferimenti tra partiti con seggi eccedenti e mancanti

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
Piemonte 1	14	1	7	1	0	1	24
Piemonte 2	12	3	5	0	1	1	22
Lombardia 1	25	2	10	1	1	1	40
Lombardia 2	23	6	9	2	1	2	43
Lombardia 3	8	2	4	0	0	1	15
Trentino-Alto Adige	4	0	3	1	1	1	10
Veneto 1	16	3	8	0	1	1	29
Veneto 2	11	2	5	1	0	1	20
Friuli-Venezia Giulia	8	1	3	0	1	0	13
Liguria	9	1	5	1	0	1	17
Emilia-Romagna	20	0	17	3	2	1	43
Toscana	18	0	15	3	1	1	38
Umbria	4	0	3	1	1	0	9
Marche	8	0	6	1	1	0	16
Lazio 1	24	0	12	2	1	1	40
Lazio 2	9	0	4	1	1	0	15
Abruzzi	7	0	4	1	1	1	14
Molise	1	0	1	0	1	0	3
Campania 1	20	0	9	2	1	1	33
Campania 2	17	0	8	1	2	1	29
Puglia	26	0	12	2	2	2	44
Basilicata	3	0	2	1	0	0	6
Calabria	12	0	7	1	1	1	22
Sicilia 1	15	0	7	1	2	1	26
Sicilia 2	17	0	7	1	2	1	28
Sardegna	9	0	5	2	1	1	18
TOTALE	340	21	178	30	26	22	617
Seggi nazionali per lista	340	19	180	30	26	22	617
Seggi eccedenti o mancanti	0	+2	-2	0	0	0	

Nell'esempio, dunque, non quadrano i seguenti totali:

- 1) il totale dei seggi attribuiti alla Lega Nord nelle circoscrizioni che dovrebbe essere 19, e non 21;
- 2) il totale dei seggi attribuiti alla coalizione DS+Margherita nelle circoscrizioni che dovrebbe essere 180, e non 178;

Si può osservare che la procedura di trasferimento dei seggi da partiti con seggi in eccedenza a partiti con seggi mancanti ancora una volta non ha risolto la situazione problematica già individuata nella Tabella 2.4.

3. L'anomalia dei partiti con seggi mancanti

In questo paragrafo mostriamo un esempio in cui ancora una volta si considera la possibilità che Forza Italia e Alleanza Nazionale si presentino alle elezioni come coalizione unica e lo stesso accada per Democratici di Sinistra e Margherita. Anche in questo esempio si considerano le liste o coalizioni di liste con una percentuale di voti superiore al 4% del totale. Le liste e coalizioni di liste

prese in considerazione hanno un profilo di voti che, a livello nazionale, presenta uno scarto massimo (in valore assoluto) di 5.6 punti rispetto alla percentuale di voti ottenuti nel 2001. Questo scarto massimo è conseguito in corrispondenza della coalizione Forza Italia Lega Nord, mentre per tutte le altre liste e coalizioni di liste si ha al massimo uno scarto del 1.9%.

In quest'esempio la contraddizione in cui si cade è simmetrica rispetto a quella illustrata precedentemente. Nell'applicazione della procedura di assegnazione dei seggi alle liste o coalizioni di liste indicata nella proposta di riforma, si verifica la seguente situazione:

in relazione ad una lista alla quale in ogni circoscrizione in cui si presenta è già stato attribuito un seggio in base alla parte decimale del quoziente (la lista ha già "utilizzato" il resto in tutte le circoscrizioni in cui si presenta), la somma dei seggi assegnati in tutte le circoscrizioni è inferiore al numero di seggi assegnati alla stessa lista nel computo a livello nazionale. Dunque, dato che a tale lista è già stato attribuito in ciascuna circoscrizione in cui si presenta un seggio in base alle parti decimali del quoziente, non è possibile assegnarle i seggi mancanti tramite i resti e nella proposta di legge non è previsto nessun meccanismo per riparare a questa situazione.

Le Tabelle 3.1–3.6 presentano gli stessi conteggi effettuati per gli esempi precedenti in relazione ai dati di questo nuovo esempio. Per semplicità, anche in questo paragrafo chiamiamo "lista" sia una lista vera e propria, sia una coalizione di liste.

Tabella 3.1a - Numero di voti espressi per lista e per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma dei voti	Seggi spettanti alla circo- scrizione
Piemonte 1	321896	140004	267136	120727	22711	8.734	881208	24
Piemonte 2	340892	53643	287547	35034	31913	178.390	927419	22
Lombardia 1	737888	113718	662877	64959	42067	109.445	1730954	40
Lombardia 2	769199	345449	507700	96161	54876	133.145	1906530	43
Lombardia 3	856466	232245	2453	4564	20283	2.422	1118433	15
Trentino-Alto Adige	117869	0	236096	34220	65566	1.752	455503	10
Veneto 1	452912	0	551658	7691	54975	83.997	1151233	29
Veneto 2	315496	116067	286246	109328	31323	69.737	928197	20
Friuli-Venezia Giulia	322345	0	195497	1714	15890	38.035	573481	13
Liguria	338852	0	408973	40445	19942	47.887	856099	17
Emilia- Romagna	881002	153122	1217933	249501	105838	30.335	2637731	43
Toscana	797078	0	1190139	203509	96937	14.478	2302141	38
Umbria	225703	461014	28876	92138	57644	4.243	869618	9
Marche	393097	0	488179	88280	83500	45.077	1098133	16
Lazio 1	1042756	0	978693	160646	92096	69.052	2343243	40
Lazio 2	471973	0	371088	78067	84181	43.162	1048471	15
Abruzzi	368390	0	371980	78430	86403	58.944	964147	14
Molise	120937	0	205266	23420	10452	37.031	397106	3
Campania 1	749213	0	556274	119886	90735	70.176	1586284	33
Campania 2	661939	0	522923	94542	97.416	67.683	1444503	29
Puglia	1001224	0	785200	139473	133.669	126.535	2186101	44
Basilicata	162712	0	270449	52264	44532	27.938	557895	6
Calabria	432248	0	430362	90066	98.551	46.440	1097667	22
Sicilia 1	583497	0	434756	82151	148.146	56.750	1305300	26
Sicilia 2	674324	0	494784	76495	133.503	68.573	1447679	28
Sardegna	422336	0	432555	137282	77.521,00	32.105,00	1101799	18
TOTALE	13562244	1615262	12185640	2280993	1800670	1472066	32916875	617

Tabella 3.1b – Differenza tra i voti dell'esempio e quelli delle elezioni Camera 2001

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro
Piemonte 1	-270571	76574	-250029	8410	-3768	-53437
Piemonte 2	-250257	-53045	-86399	-22921	-4485	123219
Lombardia 1	-373127	-78142	-89322	-76537	-5276	12568
Lombardia 2	-254677	-133201	-117682	-12481	-6273	26925
Lombardia 3	453973	149307	-277424	-54174	-3579	-36586
Trentino-Alto Adige	-40813	-22261	111083	17709	52894	-22909
Veneto 1	-332910	-178719	95372	-55962	-6281	132
Veneto 2	-143741	-20351	-46227	53646	-4439	10656
Friuli-Venezia Giulia	-5302	-66319	-52026	-34804	-3237	4639
Liguria	-88568	-43272	12364	-25053	-3553	7961
Emilia- Romagna	-88133	77544	-70087	88481	39758	-71826
Toscana	-68396	-14229	85249	30911	40451	-47579
Umbria	4126	461014	-195815	47980	43511	-11129
Marche	2390	0	117049	32008	41498	8490
Lazio 1	-104678	-2960	51930	25344	40828	6623
Lazio 2	-12284	0	132746	33367	41445	8639
Abruzzi	5893	0	132626	33319	41272	7410
Molise	49077	0	154802	15936	-1679	9117
Campania 1	-65863	0	108115	27805	40934	6535
Campania 2	-47537	0	112551	31176	40414	6729
Puglia	-106712	0	77666	25199	37590	2146
Basilicata	41987	0	146131	36798	44532	9825
Calabria	-4581	0	124861	31770	40326	8384
Sicilia 1	-38069	0	124277	32824	36463	7581
Sicilia 2	-51856	0	116293	33576	37604	6660
Sardegna	-19566	0	133870	89679	31185	-1279
TOTALE	-1810195	151940	651974	414006	608135	29494

Tabella 3.2a - Assegnazione dei seggi a livello nazionale

	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
cifra nazionale / quoz. nazionale	254.21321	30.27677	228.40989	42.75536	33.75209	27.59268	617
Parte intera del quoziente	254	30	228	42	33	27	614
Seggi assegnati per resti più alti	-	-	-	1	1	1	3
Seggi nazionali per lista	254	30	228	43	34	28	617

Tabella 3.2b – Seggi assegnati a livello nazionale tenuto conto del premio di maggioranza

	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
cifra nazionale/ quoziente di maggioranza (minoranza)	340.0000	23.1174	174.3995	32.6453	25.7710	21.0680	617
Parte intera del quoziente	340	23	174	32	25	21	615
Seggi assegnati per resti più alti	-	-	-	1	1	-	2
Seggi nazionali per lista	340	23	174	33	26	21	617

Tabella 3.3 - Quoziente di seggi da attribuire a ciascuna lista per circoscrizione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro
Piemonte 1	12.04866	2.99160	5.70814	2.57969	0.48529	0.18663
Piemonte 2	11.09865	0.99702	5.34443	0.65115	0.59314	3.31561
Lombardia 1	22.62069	1.99014	11.60079	1.13683	0.73620	1.91536
Lombardia 2	23.31777	5.97821	8.78607	1.66413	0.94966	2.30416
Lombardia 3	12.77017	1.97684	0.02088	0.03885	0.17265	0.02062
Trentino-Alto Adige	3.79470	0.00000	4.33916	0.62892	1.20502	0.03220
Veneto 1	15.42391	0.00000	10.72481	0.14952	1.06877	1.63299
Veneto 2	9.48475	1.99196	4.91259	1.87630	0.53757	1.19684
Friuli-Venezia Giulia	8.99803	0.00000	3.11534	0.02731	0.25321	0.60611
Liguria	9.08402	0.00000	6.25895	0.61897	0.30519	0.73287
Emilia- Romagna	20.10918	1.99524	15.87011	3.25109	1.37911	0.39528
Toscana	18.28738	0.00000	15.58789	2.66547	1.26964	0.18963
Umbria	3.42380	3.99231	0.25006	0.79790	0.49919	0.03674
Marche	7.90559	0.00000	5.60471	1.01353	0.95865	0.51752
Lazio 1	23.36488	0.00000	12.51891	2.05490	1.17804	0.88328
Lazio 2	8.83756	0.00000	3.96672	0.83449	0.89985	0.46138
Abruzzi	7.27950	0.00000	4.19616	0.88474	0.97468	0.66492
Molise	1.30229	0.00000	1.26184	0.14397	0.06425	0.22764
Campania 1	20.14877	0.00000	8.54026	1.84056	1.39302	1.07739
Campania 2	17.31444	0.00000	7.80850	1.41174	1.45465	1.01067
Puglia	26.25946	0.00000	11.75639	2.08826	2.00136	1.89454
Basilicata	2.51415	0.00000	2.38559	0.46101	0.39281	0.24644
Calabria	11.70946	0.00000	6.65544	1.39285	1.52407	0.71818
Sicilia 1	15.23867	0.00000	6.48176	1.22479	2.20870	0.84608
Sicilia 2	16.92139	0.00000	7.08797	1.09582	1.91248	0.98233
Sardegna	9.38266	0.00000	5.48591	1.74109	0.98317	0.40717

Tabella 3.4 – Assegnazione della parte intera dei quozienti di attribuzione

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
Piemonte 1	12	2	5	2	0	0	21
Piemonte 2	11	0	5	0	0	3	19
Lombardia 1	22	1	11	1	0	1	36
Lombardia 2	23	5	8	1	0	2	39
Lombardia 3	12	1	0	0	0	0	13
Trentino-Alto Adige	3	0	4	0	1	0	8
Veneto 1	15	0	10	0	1	1	27
Veneto 2	9	1	4	1	0	1	16
Friuli-Venezia Giulia	8	0	3	0	0	0	11
Liguria	9	0	6	0	0	0	15
Emilia- Romagna	20	1	15	3	1	0	40
Toscana	18	0	15	2	1	0	36
Umbria	3	3	0	0	0	0	6
Marche	7	0	5	1	0	0	13
Lazio 1	23	0	12	2	1	0	38
Lazio 2	8	0	3	0	0	0	11
Abruzzi	7	0	4	0	0	0	11
Molise	1	0	1	0	0	0	2
Campania 1	20	0	8	1	1	1	31
Campania 2	17	0	7	1	1	1	27
Puglia	26	0	11	2	2	1	42
Basilicata	2	0	2	0	0	0	4
Calabria	11	0	6	1	1	0	19
Sicilia 1	15	0	6	1	2	0	24
Sicilia 2	16	0	7	1	1	0	25
Sardegna	9	0	5	1	0	0	15
TOTALE	327	14	163	21	13	11	549
Seggi nazionali per lista	340	23	174	33	26	21	617

In questo esempio si ha un quoziente di maggioranza pari a 39888, mentre il quoziente di minoranza è pari a 69872.

Per arrivare all'identificazione dell'anomalia, è necessario anche calcolare il numero di seggi assegnati alle liste nelle circoscrizioni con il computo dei più alti resti. Si noti che in questa fase la Lega ottiene un seggio in ogni circoscrizione dove aveva un numero di voti diverso da 0. Questo significa che "utilizza" tutti i suoi resti. Nell'esempio la contraddizione è portata al suo estremo nel senso che in tutte le altre circoscrizioni la Lega non si è neppure presentata (zero voti).

Tabella 3.5 – Seggi assegnati alle liste nelle circoscrizioni dopo il computo dei più alti resti

Circoscrizioni	Forza Italia + Alleanza Nazionale	Lega Nord	DS + Margherita	Rifondazione Comunista	CCD-CDU	Di Pietro	Somma
Piemonte 1	12	3	6	3	-	-	24
Piemonte 2	11	1	5	1	1	3	22
Lombardia 1	23	2	11	1	1	2	40
Lombardia 2	23	6	9	2	1	2	43
Lombardia 3	13	2	-	-	-	-	15
Trentino-Alto Adige	4	-	4	1	1	-	10
Veneto 1	15	-	11	-	1	2	29
Veneto 2	9	2	5	2	1	1	20
Friuli-Venezia Giulia	9	-	3	-	-	1	13
Liguria	9	-	6	1	-	1	17
Emilia- Romagna	20	2	16	3	1	1	43
Toscana	18	-	16	3	1	-	38
Umbria	3	4	-	1	1	-	9
Marche	8	-	6	1	1	-	16
Lazio 1	23	-	13	2	1	1	40
Lazio 2	9	-	4	1	1	-	15
Abruzzi	7	-	4	1	1	1	14
Molise	2	-	1	-	-	-	3
Campania 1	20	-	9	2	1	1	33
Campania 2	17	-	8	1	2	1	29
Puglia	26	-	12	2	2	2	44
Basilicata	3	-	2	1	-	-	6
Calabria	12	-	7	1	1	1	22
Sicilia 1	15	-	7	1	2	1	26
Sicilia 2	17	-	7	1	2	1	28
Sardegna	9	-	6	2	1	-	18
TOTALE	337	22	178	34	24	22	617
Seggi nazionali per lista	340	23	174	33	26	21	617
Seggi eccedenti o mancanti	-3	-1	+4	-1	+2	-1	

Sommando i seggi ottenuti dalla Lega nelle circoscrizioni in cui si è presentata, si ottiene un totale di seggi pari a 22 contro il totale di 23 al quale la Lega ha diritto tramite computo nazionale. Non avendo “resti non utilizzati”, la Lega *non potrà ottenere in alcun modo il seggio in più a cui ha diritto*. In questo esempio, dunque, come in quelli precedenti, la legge non riesce a portare a termine la procedura di assegnazione dei seggi, ma il motivo questa volta è di carattere diverso e risiede nel fatto che la legge non considera mai la possibilità che si verifichi una mancanza di seggi che non possa essere colmata mediante la procedura dei resti più alti. Trascuriamo qui i tediosi calcoli del successivo procedimento di trasferimento dei seggi dai partiti con eccesso di seggi a quelli con mancanza di seggi che la legge comunque prevede. E’ evidente, infatti, che queste operazioni non possono avere alcun effetto sulla situazione della Lega: questa lista, infatti, non entrerà in gioco in questa fase, dal momento che le mancano seggi e, comunque, ha già utilizzato tutti i suoi resti.

Si vuole sottolineare che gli esempi descritti in questa nota non sono isolati. Certo, valutare la probabilità che si verifichi l’anomalia è un problema matematico piuttosto complesso. Tuttavia,

l'abbondanza di esempi che possono essere prodotti con variazioni del tutto realistiche dei voti espressi nel 2001, e il fatto che essi siano "robusti" – nel senso che perturbando la matrice dei voti spesso l'anomalia rimane – fanno ipotizzare che la probabilità di occorrenza dell'anomalia non sia esigua.

I risultati messi in luce dagli esempi visti – e in particolare dagli ultimi due – mostrano due aspetti della legge contraddittori e simmetrici. Da una parte si può verificare che non sia possibile sottrarre seggi a un partito con seggi in eccesso; dall'altra, può accadere che non sia possibile assegnare seggi a un partito con mancanza di seggi. Entrambi i casi mettono in luce errori piuttosto gravi in cui può incappare una norma che intende risolvere il problema dell'assegnazione dei seggi con una procedura non corretta.

4. Tipologie di anomalie dovute all'uso del metodo del quoziente per risolvere il problema di allocazione biproporzionale

Consideriamo un insieme M di circoscrizioni elettorali, un insieme N di liste (o coalizioni di liste), e un totale di S seggi da assegnare. Indichiamo con:

- v_{ij} il numero di voti alla lista j nella circoscrizione i ;
- s_i il numero di seggi allocati alla circoscrizione i e tale che $\sum_{i \in M} s_i = S$;
- p_i la popolazione nella circoscrizione i ;
- t_j il numero di seggi assegnati a livello nazionale alla lista j ;
- S il numero totale di seggi;
- V il numero totale di voti;
- P la popolazione totale.

Denotiamo infine con v_{iN} e v_{Mj} , rispettivamente, la somma dei v_{ij} su tutte le colonne per i fissato e su tutte le righe per j fissato, ossia:

$$v_{iN} = \sum_{j \in N} v_{ij}$$

$$v_{Mj} = \sum_{i \in M} v_{ij}$$

$$v_{MN} = \sum_{i \in M, j \in N} v_{ij}$$

Il problema di allocazione biproporzionale consiste nel trovare una matrice di seggi s_{ij} (i seggi da assegnare alla lista j nella circoscrizione i) per ogni $i \in M$ e ogni $j \in N$ e tali che:

$$s_{MN} = S \tag{1}$$

$$s_{iN} = s_i \text{ per ogni circoscrizione } i \tag{2}$$

$$s_{Mj} = t_j \text{ per ogni lista } j \tag{3}$$

$$s_{ij} \geq 0 \tag{4}$$

$$s_{ij} \text{ intero} \tag{5}$$

e dove si vuole che s_{ij} risulti "il più proporzionale possibile" a v_{ij} .

Sia $q_{ij} = v_{ij} \cdot s_i / v_{iN}$ per ogni i e j la quota esatta della lista j nella circoscrizione i^2 . Allora $q_{MN} = S$. Se non vi fossero gli altri vincoli oltre a (1) e (2), si potrebbe ottenere una soluzione perfettamente proporzionale ponendo $s_{ij} = q_{ij}$. Ma la quota esatta può essere un numero frazionario, mentre è impensabile assegnare a qualche partito un numero frazionario di seggi. Il principale ostacolo a una facile soluzione del problema è dunque dovuto ai vincoli di interezza sui seggi (5). Si noti, tuttavia, che esiste sempre una soluzione intera ammissibile per il problema formalizzato sopra.

Le anomalie descritte mediante gli esempi realistici di questa nota propongono sostanzialmente dei casi in cui viene violato il vincolo (3) in vari modi e sono dovute al fatto che la procedura utilizzata nel computo, sia a livello nazionale per determinare t_j , sia a livello circoscrizionale per determinare s_{ij} , appartiene alla classe dei metodi del quoziente con i resti più alti.

Tutti i metodi del quoziente soddisfano una proprietà fondamentale, nota come *quota satisfaction*. L'idea sottostante questa proprietà è che si vuole assicurare che il numero di seggi che ogni partito riceve si avvicini il più possibile al numero esatto (ma non sempre intero) di seggi proporzionale alla percentuale di voti che il partito ha ottenuto rispetto al totale. Si dice che un metodo “soddisfa la quota” quando il numero di seggi effettivamente assegnato a ciascuna lista j è sempre compreso tra la parte intera inferiore e superiore della sua quota esatta.

Nel nostro caso, questo implica che

$$\lfloor v_{ij} \cdot s_i / v_{iN} \rfloor \leq s_{ij} \leq \lceil v_{ij} \cdot s_i / v_{iN} \rceil$$

per ogni lista a livello circoscrizionale, ma anche

$$\lfloor v_{Mj} \cdot S / V \rfloor \leq t_j \leq \lceil v_{Mj} \cdot S / V \rceil$$

per ogni lista a livello nazionale.

L'*anomalia da surplus* corrisponde al caso in cui il vincolo (3) è violato a causa del verificarsi, per almeno una lista j , della seguente disuguaglianza:

$$\sum_{i \in M} \lfloor v_{ij} \cdot s_i / v_{iN} \rfloor > \lceil v_{Mj} \cdot S / V \rceil. \quad (a1)$$

(Il surplus è quello del minimo totale di seggi circoscrizionali sul massimo di seggi nazionali).

L'*anomalia da deficit* corrisponde invece al caso in cui il vincolo (3) è violato a causa del verificarsi, per almeno una lista j , della seguente disuguaglianza:

$$\sum_{i \in M} \lceil v_{ij} \cdot s_i / v_{iN} \rceil < \lfloor v_{Mj} \cdot S / V \rfloor \quad (a2)$$

(Il deficit è quello del massimo totale dei seggi circoscrizionali sul minimo di seggi nazionali).

Conta, nel verificarsi dell'anomalia, una particolare concentrazione dei voti di una lista in alcune circoscrizioni e una differenza rilevante del rapporto voti su seggi (“costo di un seggio in termini di voti) nelle diverse circoscrizioni e rispetto a quello nazionale (V/S). Questo tipo di situazioni può essere determinato:

² In questa sezione di carattere teorico non si tiene conto del premio di maggioranza.

- *direttamente*, per effetto di partiti che hanno una forte presenza in alcune regioni ma una bassissima presenza in altre e per effetto di un “cattivo” piano di allocazione dei seggi alle circoscrizioni (ad esempio non proporzionale alla popolazione);
- *indirettamente*, per una diversa concentrazione geografica dei fenomeni di assenteismo e voti di protesta;
- *indirettamente*, per effetto delle soglie di sbarramento, che potrebbero tagliare fuori alcuni piccoli partiti con valenza soprattutto in alcune regioni, e quindi di fatto eliminare un certo numero di voti che non saranno considerati validi per il computo dei seggi.

Immaginiamo ora un Parlamento virtuale in cui valga una perfetta proporzionalità tra voti e seggi, questi ultimi potendo assumere anche valori frazionari. I quozienti naturali rispetto alle righe sono allora dati da

$$q_{ij} = v_{ij} s_i / v_{iN} \quad (6)$$

mentre quelli di colonna sono

$$q'_{ij} = v_{ij} t_j / v_{Mj} \quad (7)$$

Proposizione 1: Per un Parlamento (virtuale) perfettamente proporzionale i seguenti tre enunciati sono equivalenti:

- (i) I quozienti rispetto alle righe sono uguali ai quozienti rispetto alle colonne:

$$q_{ij} = q'_{ij}, \quad \text{per ogni } i, j ;$$

- (ii) I tassi d'assenteismo dei votanti sono uguali in tutte le circoscrizioni:

$$v_{iN} / p_i = V/P \quad \text{per ogni } i ; \quad (8)$$

- (iii) I rapporti voti totali/seggi sono uguali in tutte le circoscrizioni:

$$s_i / v_{iN} = S/V, \quad \text{per ogni } i ; \quad (9)$$

Dim. : In un Parlamento perfettamente proporzionale i seggi in palio in ciascuna circoscrizione sono proporzionali alla sua popolazione,

$$s_i / S = p_i / P . \quad (10)$$

Per i quozienti naturali rispetto alle righe allora risulta

$$q_{ij} (= v_{ij} s_i / v_{iN}) = v_{ij} p_i S / (P v_{iN})$$

mentre per quelli rispetto alle colonne risulta

$$q'_{ij} (= v_{ij} t_j / v_{Mj}) = v_{ij} S/V.$$

Ne discende l'equivalenza di (i) e (ii). Inoltre,

Dalla (10) segue immediatamente l'equivalenza di (ii) e (iii). \square

Proposizione 2. In un Parlamento arbitrario (perfettamente proporzionale o meno) la condizione (9) esclude il verificarsi dell'anomalia sia da surplus che da deficit.

Dim. Quando vale la (9), l'anomalia da surplus non si può verificare per nessuna lista j , poiché, posto $w_{ij} = v_{ij} S/V$, dovrebbe aversi in tal caso:

$$\lfloor w_{1j} \rfloor + \dots + \lfloor w_{mj} \rfloor > \lceil w_{1j} + \dots + w_{mj} \rceil,$$

mentre invece vale sempre la diseuguaglianza opposta. Analogamente per l'anomalia da deficit. \square

Si noti che il risultato appena dimostrato fornisce una condizione solo *necessaria* per il verificarsi dell'anomalia descritta in questo lavoro. In altre parole, quando l'anomalia c'è, necessariamente la (9) non vale. Per questo motivo, nel caso in cui la (9) non vale, non sappiamo dire se l'anomalia possa o non possa verificarsi. Quello che attualmente stiamo studiando è, invece, la possibilità di trovare condizioni *sufficienti* per il verificarsi dell'anomalia, che porterebbero anche un contributo utile per il calcolo della probabilità di occorrenza dell'anomalia stessa.

In un Parlamento (non virtuale) come quello italiano, i seggi s_i sono solo approssimativamente proporzionali alle popolazioni p_i . Dunque, se vale la (9), i tassi di assenteismo nelle varie circoscrizioni sono solo approssimativamente uguali. In pratica, il ragionamento precedente mostra comunque che, affinché l'anomalia da surplus possa verificarsi, debbono sussistere significativi squilibri tra i tassi d'assenteismo nelle diverse circoscrizioni.

5. Per finire, una soluzione buona

In conclusione, in questa nota abbiamo descritto una grave anomalia tecnica insita nel meccanismo di assegnazione dei seggi per la parte proporzionale della legge elettorale italiana attualmente in vigore e nella nuova proposta di riforma. Per alcuni dei possibili esiti delle votazioni, infatti, potrebbe accadere che la procedura indicata dalla norma fornisca risultati contraddittori, cioè possa attribuire a una lista più (o meno) seggi di quelli che la lista ottiene per effetto di altre disposizioni della stessa legge. Abbiamo fornito vari esempi realistici che mettono in luce questa anomalia e che si vanno ad aggiungere ai numerosi esempi illustrativi su piccola scala che erano già stati esibiti in precedenti altri nostri lavori [8], [9].

Il fatto che nelle elezioni passate queste anomalie non si siano mai verificate non vuol dire affatto che non possano accadere. Con piccoli cambiamenti nella distribuzione dei voti ottenuti dalle liste nel voto proporzionale per la Camera nel 2001 si possono infatti ottenere molti esempi in cui la legge non permette di ripartire i seggi, cadendo in vari modi in una contraddizione.

Esiste nella proposta di riforma un tentativo di riequilibrio dei seggi tra partiti, ma esso non è sufficiente per superare l'anomalia poiché non riconosce la vera natura del problema. Il metodo di riequilibrio si interessa infatti solo di trasferire da una lista eccedentaria seggi ottenuti con resti (commi n. 8 e 9):

".....sottrae i seggi eccedenti alla coalizione di liste o singola lista in quelle circoscrizioni nelle quali essa li ha ottenuti con le parti decimali dei quozienti di attribuzione..."

Quindi non prevede, ad esempio nel caso dell'anomalia da surplus, la possibilità di sottrarre seggi ottenuti con le parti intere. D'altronde, se non fosse così perché il legislatore si sarebbe dato la briga di utilizzare un metodo del quoziente? Se ha pensato di usare il metodo del quoziente è perché comunemente si considera la proprietà di *quota satisfaction* come una "buona" approssimazione del concetto di proporzionalità. Inoltre, il metodo di "rattoppo" proposto nella legge non contempla la questione di come rimediare al caso dell'anomalia dei partiti con seggi mancanti e resti già tutti assegnati.

Dagli articoli 3 e 48 della Costituzione emerge il principio che il voto deve essere libero ed eguale. Ed è anche a tutela della corretta applicazione di tali principi che l'intero procedimento elettorale è assistito da una riserva di legge assoluta, che impone che tutti i suoi aspetti siano disciplinati esclusivamente dalla legge, lasciando all'atto normativo secondario la sola regolamentazione degli aspetti meramente esecutivi della disciplina legislativa. Questa riserva di legge in materia elettorale impone dunque che tutti i criteri per la distribuzione dei seggi siano fissati dalla legge stessa e non consente che un criterio, per quanto residuale, sia fissato da un successivo atto regolamentare. In altre parole, si dovrebbe avere molta cura degli aspetti tecnici sottostanti una legge così importante come quella elettorale ed assicurare ai cittadini che sia corretta e non si inceppi.

Questo è naturalmente possibile, come è possibile risolvere il problema dell'allocazione biproporzionale che sta dietro la ripartizione dei seggi tra liste a livello nazionale e circoscrizionale, rispettando i voti degli elettori, il numero di seggi assegnati a livello nazionale nella prima fase di ripartizione e il numero di seggi in palio in ogni circoscrizione. Ma bisogna utilizzare metodi matematici un po' più complessi di quelli previsti attualmente. Per offrire un confronto con i risultati contraddittori ottenuti negli esempi esposti, mostriamo una tabella che contiene una soluzione "buona" al problema di assegnazione dei seggi relativo al caso del secondo esempio descritto in questa nota (Paragrafo 1.2). Questa ripartizione è stata ottenuta come soluzione di un opportuno modello matematico. Precisamente, tra tutte le tabelle in cui:

1) la somma dei seggi assegnati alle diverse liste in ciascuna circoscrizione è pari al totale dei seggi in palio nella circoscrizione;

e, simultaneamente,

2) la somma dei seggi assegnati a ciascuna lista nelle diverse circoscrizioni è pari al numero di seggi nazionali assegnati alla lista in questione;

il modello ne sceglie una per cui lo scarto massimo (in valore assoluto) tra il numero di seggi attribuito a ciascuna lista in ciascuna circoscrizione e il relativo quoziente circoscrizionale è il più piccolo possibile.

Le nostre elaborazioni forniscono una tabella in cui lo scarto massimo è pari a 1.11853. È *impossibile* dunque trovare, in corrispondenza dei dati dell'esempio del Paragrafo 1.2, una tabella che soddisfi le condizioni 1) e 2) e abbia uno scarto massimo inferiore a tale valore. In particolare, è matematicamente impossibile ottenere una tabella che soddisfi le condizioni 1) e 2) arrotondando nel modo più arbitrario ciascun quoziente circoscrizionale o all'intero inferiore o all'intero superiore, perché in tal caso lo scarto massimo dovrebbe risultare minore di 1.

Tabella 5.1 – Una “buona” assegnazione dei seggi per l’esempio descritto nel Paragrafo 1.2

Circoscrizioni	Forza Italia + All. Naz.	Lega Nord	DS + Margherita	Rif.Com.	CCD-CDU	Di Pietro	Somma dei seggi assegnati
Piemonte 1	14	1	7	0	1	1	24
Piemonte 2	11	3	6	1	0	1	22
Lombardia 1	25	2	9	1	1	2	40
Lombardia 2	24	6	9	2	0	2	43
Lombardia 3	7	2	5	0	0	1	15
Trentino-Alto Adige	4	0	3	1	1	1	10
Veneto 1	16	2	8	1	1	1	29
Veneto 2	10	2	5	0	1	2	20
Friuli-Venezia Giulia	7	0	4	1	1	0	13
Liguria	9	1	5	1	0	1	17
Emilia-Romagna	20	0	17	3	1	2	43
Toscana	18	0	15	2	2	1	38
Umbria	4	0	3	1	1	0	9
Marche	7	0	6	2	1	0	16
Lazio 1	23	0	13	2	1	1	40
Lazio 2	8	0	5	1	1	0	15
Abruzzi	8	0	5	1	0	0	14
Molise	1	0	0	1	0	1	3
Campania 1	20	0	9	1	2	1	33
Campania 2	18	0	7	2	2	0	29
Puglia	27	0	12	1	2	2	44
Basilicata	3	0	2	0	1	0	6
Calabria	12	0	6	1	2	1	22
Sicilia 1	16	0	6	1	2	1	26
Sicilia 2	18	0	7	2	1	0	28
Sardegna	10	0	6	1	1	0	18
TOTALE	340	19	180	30	26	22	617

Di seguito riportiamo la matrice degli scarti (con i loro segni) tra il numero di seggi attribuito a ciascuna lista in ciascuna circoscrizione e il relativo quoziente circoscrizionale. E' possibile verificare che lo scarto più alto (pari a 1.11853) si consegue per il partito Lega Nord nella circoscrizione Veneto 1. Tutti gli altri scarti in valore assoluto sono inferiori a questo.

Tabella 5.2 - Scarti tra il numero di seggi attribuito nell'assegnazione "buona" a ciascuna lista in ciascuna circoscrizione e il corrispondente quoziente circoscrizionale

Circoscrizioni	Forza Italia + All. Naz.	Lega Nord	DS + Margherita	Rif. Com.	CCD-CDU	Di Pietro
Piemonte 1	0.39037	-0.19408	-0.40630	-0.46471	0.62560	0.04911
Piemonte 2	-0.82400	-0.20692	1.01346	0.45852	-0.55343	0.11236
Lombardia 1	-0.13832	-0.29248	-0.92026	0.32567	0.37044	0.65494
Lombardia 2	0.44568	-0.59538	0.31953	0.45332	-0.93825	0.31510
Lombardia 3	-0.78117	-0.16276	0.96648	-0.02631	-0.35781	0.36158
Trentino-Alto Adige	-0.11417	0.00000	-0.48217	0.38524	-0.17787	0.38897
Veneto 1	0.41601	-1.11853	0.40124	0.85225	-0.05617	-0.49480
Veneto 2	-1.01593	-0.24320	0.33260	-0.66898	0.48926	1.10624
Friuli-Venezia Giulia	-0.82001	-1.11690	0.74572	0.97146	0.73550	-0.51576
Liguria	-0.17778	-0.16392	-0.18489	0.38835	-0.30159	0.43983
Emilia-Romagna	-0.34683	0.00000	0.26811	-0.19072	-0.36479	0.63424
Toscana	-0.49793	0.00000	0.28128	-0.63700	0.74393	0.10972
Umbria	-0.16504	0.00000	-0.34050	0.27813	0.46368	-0.23627
Marche	-0.99262	0.00000	0.45518	0.99751	0.05181	-0.51187
Lazio 1	-0.58006	0.00000	0.64302	-0.02832	-0.16280	0.12816
Lazio 2	-0.91796	0.00000	1.08503	0.17639	0.11190	-0.45536
Abruzzi	0.64301	0.00000	0.85221	0.12547	-0.96343	-0.65726
Molise	-0.16321	0.00000	-1.09824	0.75806	-0.29848	0.80187
Campania 1	-0.32241	0.00000	0.57514	-0.81569	0.62579	-0.06284
Campania 2	0.53111	0.00000	-0.70528	0.60692	0.56457	-0.99732
Puglia	0.50617	0.00000	0.39894	-1.06068	0.02508	0.13048
Basilicata	0.45340	0.00000	-0.36337	-0.45673	0.61084	-0.24414
Calabria	0.16910	0.00000	-0.57692	-0.37641	0.49393	0.29029
Sicilia 1	0.62167	0.00000	-0.39764	-0.20888	-0.18004	0.16489
Sicilia 2	0.93041	0.00000	0.00684	0.91883	-0.88689	-0.96920
Sardegna	0.51773	0.00000	0.57751	-0.47024	-0.09716	-0.52783

Ringraziamenti

Ringraziamo il Prof. Michel L. Balinski, Ecole Polytechnique, Parigi, per i suoi preziosi suggerimenti e il Prof. Paolo Serafini dell'Università di Udine per le interessanti osservazioni sul nostro lavoro.

Riferimenti bibliografici

- [1] Ddl Camera 2620 13 ottobre 2005 - Modifiche alle norme per l'elezione della Camera dei Deputati e del Senato della Repubblica.
- [2] L. 4 agosto 1993 n. 277 - "Nuove norme per l'elezione della Camera dei Deputati".
- [3] M. Bacharach (1970), *Biproportional matrices and input/output change*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [4] M. L. Balinski, G. Demange (1989) "Algorithms for proportional matrices in reals and integers" *Mathematical Programming* 45, 193-210.
- [5] M.L. Balinski, V. Ramírez González (1997) "Mexican Electoral Law: 1996 version" *Electoral Studies* vol.16 n. 3, 329-349.
- [6] P. Grilli di Cortona, C. Manzi, A. Pennisi, F. Ricca B. Simeone (1999) *Evaluation and Optimization of Electoral Systems*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia.
- [7] G. Leti (1970), "La distribuzione delle tabelle della classe di Frechet", *Metron*, 87-119.
- [8] A. Pennisi "A flawed procedure for bi-proportional allocation: the case of Italy" presentato al Workshop "Mathematics and Democracy: Voting Systems and Collective Choice", Erice, Settembre 2005. <http://w3.uniroma1.it/mathdemocr>.
- [9] A. Pennisi, F. Ricca, B. Simeone (2005) "Legge elettorale con paradosso" www.lavoce.info , 11 Novembre.
- [10] A. Pennisi, F. Ricca, B. Simeone (2005) "Matematica e scienze sociali per lo studio dei sistemi elettorali: un crocevia a senso unico?" <http://matematica.uni-bocconi.it/archivio.htm> (di prossima pubblicazione).